GABRIEL TATU

SISTEME HIDRAULICE IN REGIM TRANZITORIU

INSTITUTUL DE CONSTRUCTII
BIBLIOTECA
Nr.
Inv. 2301-17

UNIVERSITATEA TEHNICA DE CONSTRUCTII DIN BUCURESTI
1995

1. Introducere.

Regimurile tranzitorii se refera la toate situatiile in care parametrii care descriu miscarea variaza cu timpul.

Printre parametrii care descriu starea de miscare, cei mai importanti sunt, pe de o parte viteza medie si debitul iar pe de alta parte, presiunea si cota piezometrica (inclusiv cota suprafetei libere pentru canale deschise si rauri).

Cand fenomenul apare in conducte inchise (sub presiune) si cand parametrii variaza rapid iar fluidul este un lichid, atunci el se numeste "lovitura de berbec" ("coup de belier" in limba franceza, "waterhammer" in engleza, "ghidravliceschii udar" in limba rusa, "wasserschlag" in germana) din cauza caracterului de soc si al variatiilor mari de presiune pe care le produce. In acest caz, variatiile densitatii sunt importante si deaceea compresibilitatea lichidului trebuie neaparat luata in considerare.

Dimpotriva, daca fenomenul este lent variatiile de presiune sunt cu mult mai mici si compresibilitatea lichidului poate fi neglijata; acesta este si cazul miscarilor cu nivel liber cand compresibilitatea se neglijeaza intotdeauna.

In cursul de fata se vor expune metodele de calcul (in special cele numerice) si de asemenea, metodele practice de protectie a sistemelor hidraulice (inclusiv masinile hidraulice) impotriva efectelor negative ale acestor fenomene si in special impotriva loviturii de berbec.

2. Clasificari si definitii.

In miscarea permanenta (sau stationara) conditiile la limita si in general toti parametrii miscarii nu se modifica in timp; in miscarea nepermanenta (sau nestationara) acestia variaza in timp, miscarile putand fi rapid variabile sau lent variabile.

In miscarea uniforma, viteza medie in orice sectiune transversala este aceeasi la un moment dat iar in miscarea ne-uniforma aceasta variaza in lungul curentului.

Regimurile tranzitorii sunt regimuri nepermanente (nestationare) care apar ca urmare a trecerii de la o situatie de regim permanent (stationara) la alta situatie de regim permanent (tot stationara).

Miscarea oscilatorie stationara sau miscarea periodica apare atunci cand conditiile la limita ale curgerii se repeta identic la intervale fixe numite perioade de oscilatie.

Rezonanta unui sistem hidraulic reprezinta o miscare oscilatorie la care amplitudinea oscilatiei creste in mod continuu; daca nu se distruge sistemul insusi, atunci amplitudinea se stabilizeaza datorita frecarilor dar la amplitudini foarte mari si miscarea devinea oscilatorie stationara. Rezonanta poate lua perioada sistemului (fundamentala sau o armonica oarecare) sau perioada unei excitatii fortate (ca in cazul unei pompe volumice, cu piston); un fenomen de "batai" se poate produce de asemenea cand amplitudinea oscilatiei variaza cu o anumita periodicitate (perioada batailor este cu mult mai mare decat a oscilatiei insasi).

Termenul de oscilatie in masa se foloseste pentru acele situatii care pot fi analizate (calculate) considerand ca fluidul este incompresibil iar peretii conductelor perfect rigizi.

Ruperea coloanelor lichide se refera la acele situatii cand in conducte se atinge presiunea de vaporizare (de cavitatie) si cand in conducta apar cavitati umplute cu vapori care se formeaza sau dispar brusc in masa lichidului.

3. Natura ondulatorie a miscarilor nepermanente.

O miscare nepermanenta este rezultatul oricarei modificari a conditiilor de curgere: orice modificare a debitului, vitezei, presiunii sau oricarui alt parametru in oricare din punctele sistemului hidraulic va produce o stare de miscare nestationara adica variatia in timp a tuturor parametrilor in toate punctele sistemului hidraulic. Cu alte cuvinte, perturbatia produsa intr-un anumit punct va modifica pas cu pas (din aproape in aproape) conditiile de curgere de-a lungul intregului sistem.

O perturbatie care se deplaseaza in lungul unui sistem (in cazul de fata, sistemul hidraulic) se numeste unda iar viteza cu care se deplaseaza se numeste viteza de propagare sau celeritate daca viteza proprie a fluidului este zero. Prin perturbatie se intelege modificarea oricaruia dintre parametrii care descriu miscarea.

Uneori, celeritatea poate fi considerata ca fiind infinita asa cum este cazul miscarilor de oscilatie in masa.

In functie de parametrul care se modifca (se perturba) exista unde de viteza, de debit, de presiune, de cota piezometrica, de densitate etc. O proprietate importanta a tuturor acestor unde este aceea ca ele se produc si se propaga simultan si de aceea sunt numite unde asociate; totalitatea lor formeaza unda sonica.

Amplitudinile diferitelor unde care compun unda sonica sunt legate intre ele prin relatii matematice specifice; de exemplu, relatia lui Jukovski este una dintre aceste relatii si anume pentru cazul loviturii de berbec.

Ca in orice fenomen ondulatoriu, atunci cand intalnesc un obstacol (intelegand prin aceasta orice schimbare a conditiilor de propagare), undele sonice se reflecta (adica se intorc inapoi) si se refracta (adica trec mai departe); ca urmare, orice unda incidenta genereaza inca doua unde si anume unda reflectata si unda refractata in legatura cu care se definesc coeficientii de reflexie si respectiv de refractie.

Undele produse initial prin perturbarea sistemului din exterior se numesc unde primare iar celelalte, rezultate in urma reflexiilor si refractiilor succesive, se numesc unde secundare.

Pentru aplicarea diferitelor metode de calcul si in mod deosebit pentru metoda caracteristicilor (cea mai importanta dintre ele), exista si o clasificare a undelor in functie de un sens pozitiv ales arbitrar si anume: undele care se propaga in sensul pozitiv sunt unde directe iar cele care se propaga in sensul negativ sunt unde inverse. In acest caz, sensul pozitiv ales arbitrar defineste si semnul celorlalte marimi cum sunt distantele, vitezele (inclusiv cele de propagare), debitele etc.

4. Relatii intre undele asociate si pentru calculul vitezei de propagare.

Pentru miscarile nestationare care se produc in conducte (sub presiune) si respectiv in canale deschise sau rauri (cu suprafata libera), mecanismele care permit propagarea undelor sunt diferite: in primul caz el se bazeaza pe proprietatea de compresibilitate iar in cazul al doilea, pe fortele gravitaionale; ca urmare, in primul caz, uneori, fortele de gravitatie pot fi neglijate iar in cazul al doilea, compresibilitatea este neglijata. De aceea, cele doua cazuri se trateaza separat.

Se va folosi modelul curgerii uni-dimensionale. Principalele unde asociate sunt: unda de viteza si de debit pe de o parte si, pe de alta parte, unda de presiune si de cota piezometrica.

Aceste unde se definesc dupa cum urmeaza:

$\Delta Q = Q_f - Q_i$ este amplitudinea undei de debit;

$\Delta v = v_f - v_i$ este amplitudinea undei de viteza;

$\Delta p = p_f - p_i$ este amplitudinea undei de presiune;

$\Delta H = H_f - H_i$ este amplitudinea undei de cota piezometrica;

$H = z + \frac{p}{\gamma}$ este cota piezometrica;

unde indicele "f" semnifica valoarea finala iar indicele "i", valoarea initiala a unui parametru oarecare, z este cota geodezica iar γ este greutatea specifica.

Dupa cum se stie

$$Q = A \cdot v$$

unde A este aria sectiunii transversale a conductei si de asemenea,

$$\Delta Q = A \cdot \Delta v$$

De aceea, unda de debit si cea de viteza au practic aceeasi semnificatie dupa cum, pe de alta parte, undele de presiune si cele de cota piezometrica au semnificatii apropiate.

4.1. Cazul loviturii de berbec.

Este cazul miscarilor nepermanente rapid variate care se produc in conducte sub presiune iar relatia dintre cele doua tipuri de unde asociate este cunoscuta sub numele de "relatia lui Jukovski".

Aceasta relatie se deduce pe baza schemei din figura 1 care reprezinta o conducta semi-infinita umpluta cu fluid si avand la capatul din stanga un piston.

Situatia initiala se prezinta in fig.1.a. unde fluidul este in repaus adica $v = v_i = 0$ $(Q = Q_i = 0)$ iar presiunea este aceeasi p_i de-a lungul intregii conducte; pistonul este tinut pe loc de catre forta $F_i = A \cdot p_i$.

Daca forta care actioneaza pistonul se modifica (creste) si devine $F_f = F_i + \Delta F$, pistonul incepe sa se miste cu viteza (finala) $v_f = v_i + \Delta v = \Delta v$ iar din conditia de echilibru rezulta ca presiunea in fluid langa piston trebuie sa creasca de asemenea devenind $p_f = p_i + \Delta p$ unde $\Delta p = \frac{\Delta F}{A}$; desigur, fluidul de langa piston va avea aceeasi viteza ca si acesta adica $v_f = \Delta v$.

Marimea domeniului de fluid in care presiunea si viteza au fost modificate depinde de timp si de celeritatea c adica de viteza de propagare a frontului undei. In fond, frontul undei este o suprafata imaginara care imparte fluidul in doua parti distincte si anume: o parte in care conditiile de curgere au fost deja modificate (un "observator" aflat in orice punct al acestei parti "stie" despre miscarea pistonului); cealalta parte, in care conditiile de curgere sunt aceleasi ca si inainte (un "observator" nu are cum sa "afle" despre miscarea pistonului).

Figura 1.b. arata situatia dupa timpul Δt cand pistonul are deplasarea $\Delta v \cdot \Delta t$ iar frontul undei are deplasarea $c \cdot \Delta t$ (c este celeritatea).

Figurile 1.c. si 1.d. arata acelasi lucru dar intr-o diagrama in care frontul undei apare ca o "treapta", adica o modificare brusca a presiunii si debitului.

Formula lui *Jukovski* se obtine prin aplicarea ecuatiei cantitatilor de miscare masei de fluid delimitata de o parte de piston si, de cealalta parte, de frontul undei.

Cantitatea de miscare a acestei mase la momentul initial este

$$C_i = m \cdot v_i$$

iar la momentul final,

$$C_f = m \cdot v_f$$

unde m este masa fluidului adica

$$m = \rho_i \cdot A \cdot c \cdot \Delta t = \rho_f \cdot A \cdot (c - \Delta v) \cdot \Delta t$$

Considerand cazul lichidelor la care $\rho_f \approx \rho_i = \rho$ si $\Delta v <<< c$, rezulta

$$m = \rho \cdot A \cdot c \cdot \Delta t$$

Suma vectoriala a fortelor exterioare care actioneaza asupra masei m este:

$$F_{ext} = F_i + \Delta F - F_i = \Delta F = A \cdot \Delta p$$

din cauza ca pe suprafata frontului undei actioneaza forta $p_i \cdot A = F_i$

Conform teoremei cantitatilor de miscare, suma vectoriala a fortelor exterioare care actioneaza asupra masei m trebuie sa fie egala cu derivata temporala a cantitatii de miscare a masei respective, adica

$$\frac{\Delta C}{\Delta t} = F_{ext}$$

sau

$$C_f - C_i = F_{ext} \cdot \Delta t$$

$$\rho \cdot A \cdot c \cdot \Delta t (v_f - v_i) = A \cdot \Delta p \cdot \Delta t$$

si

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot \Delta v$$

care este prima forma a relatiei lui Jukovski.

Pentru a fi completa, aceasta relatie trebuie scrisa

$$\Delta p = \pm \rho \cdot c \cdot \Delta v$$

semnul "plus" fiind valabil pentru undele "directe" iar semnul "minus", pentru cele "inverse".

Cazul din figura 1 este cazul unei unde directe iar semnul "plus", obtinut in demonstratie, este corect din punct de vedere fizic deoarece, in acest caz, o crestere a debitului produce o crestere a presiunii. Daca am presupune ca pistonu' se afla la capatul opus al conductei si se misca in acceeasi directie, ΔQ avand tot semnul "plus", unda creata ar fi o unda "inversa" si, pe de alta parte, presiunea s-ar micsora; ca urmare, pentru unde inverse, semnul din relatia lui Jukovski trebuie sa fie "minus".

Alte forme ale acestei relatii sunt urmatoarele:

$$\Delta p = \pm \frac{\rho \cdot c}{A} \Delta Q = \pm z \cdot \Delta Q$$

unde $z = \frac{\rho \cdot c}{A}$

si

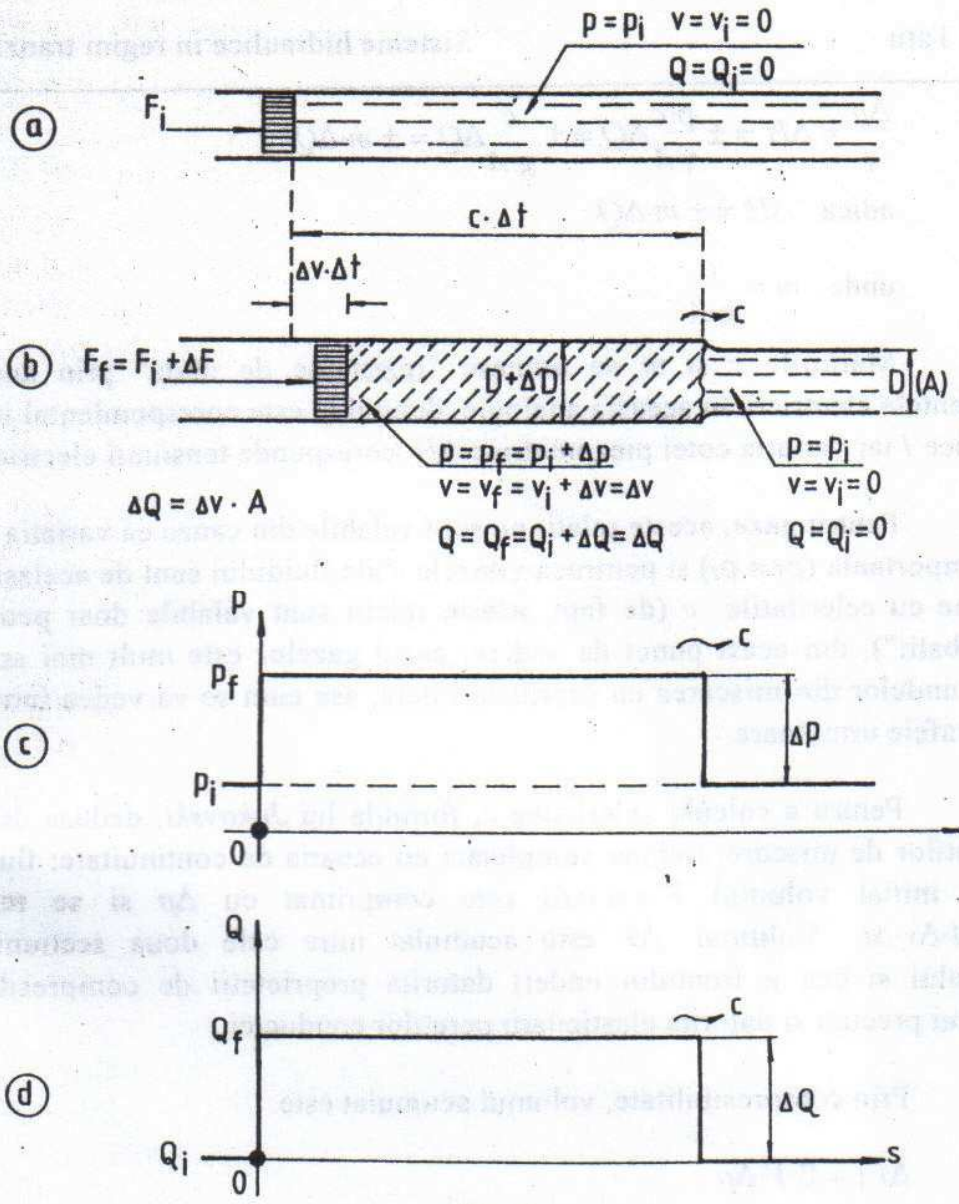
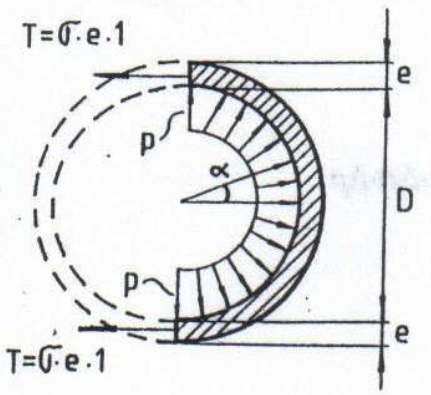


Fig. 1



$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} p \cdot \frac{D}{2} \cdot d\alpha \cdot 1 \cdot \cos\alpha = 2\sigma e$$

$$\frac{2\sigma e}{pD/2} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\alpha \cdot d\alpha = 2$$

$$\boxed{\sigma = \frac{p \cdot D}{2e}}$$

Fig. 2

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \Delta H = \pm \frac{\rho \cdot c}{\gamma \cdot A} \Delta Q = \pm \frac{c}{g \cdot A} \Delta Q = \pm m \cdot \Delta Q$$

adica $\Delta H = \pm m \cdot \Delta Q$

unde $m = \dfrac{c}{g \cdot A}$

Marimile z si m se numesc "rezistente de unda" prin analogie cu rezistentele electrice; in aceasta analogie, debitul Q este corespondentul intensitatii electrice I iar variatia cotei piezometrice ΔH corespunde tensiunii electrice U.

Pentru gaze, aceste relatii nu sunt valabile din cauza ca variatia densitatii este importanta ($\rho_f \neq \rho_i$) si pentruca vitezele v ale fluidului sunt de acelasi ordin de marime cu celeritatile c (de fapt, aceste relatii sunt valabile doar pentru "mici perturbatii"); din acest punct de vedere, cazul gazelor este mult mai aproape de cazul undelor din miscarea cu suprafata libera, asa cum se va vedea intr-unul din paragrafele urmatoare.

Pentru a calcula celeritatea c, formula lui *Jukovski*, dedusa din ecuatia cantitatilor de miscare, trebuie completata cu ecuatia de continuitate: fluidul care ocupa initial volumul $V = A \cdot c \cdot \Delta t$ este comprimat cu Δp si se reduce cu $\Delta V = A \cdot \Delta v \cdot \Delta t$. Volumul ΔV este acumulat intre cele doua sectiuni (cea a pistonului si cea a frontului undei) datorita proprietatii de compresibilitate a fluidului precum si datorita elasticitatii peretilor conductei.

Prin compresibilitate, volumul acumulat este

$\Delta V_1 = \beta \cdot V \cdot \Delta p$.

Daca peretii conductei sunt perfect rigizi, dilatarea lor este nula si astfel

$\Delta V = \Delta V_1$

sau

$A \cdot \Delta v \cdot \Delta t = \beta \cdot (A \cdot c \cdot \Delta t) \cdot \Delta p$

adica

$\Delta v = \beta \cdot c \cdot \Delta p$

si inlocuind, conform relatiei lui Jukovski,

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot \Delta v$$

rezulta

$$\Delta v = \beta \cdot c \cdot \rho \cdot c \cdot \Delta v$$

sau

$$\beta \rho c^2 = 1$$

si

$$c = \sqrt{\frac{1}{\beta \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}}$$

unde β este coeficientul de compresibilitate iar ε este inversul sau adica modulul de elasticitate al fluidului

$$\varepsilon = \frac{1}{\beta}.$$

In realitate, conductele sunt confectionate din materiale elastice si, la o variatie Δp a presiunii, diametrul conductei se modifica de asemenea (fie ΔD aceasta modificare); astfel, un alt volum ΔV_2 se poate acumula.

Pentru materiale elastice, relatia dintre eforturile unitare si deformatiile specifice este liniara:

$$\Delta \sigma = E \cdot \frac{\Delta D}{D}$$

unde $\Delta\sigma$ este variatia efortului unitar lateral in peretele conductei, E este modulul sau de elasticitate (modulul *Young*) iar

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta l}{l}$$

este deformatia specifica laterala (l este lungimea cercului - circumferinta peretelui conductei).

Pe de alta parte (vezi figura 2),

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta p \cdot D}{2e}$$

unde e este grosimea peretelui si astfel

$$\Delta D = \frac{\Delta p \cdot D^2}{2 \cdot e \cdot E}$$

Calculand pe ΔA ca o diferentiala

$$\Delta A = \Delta\left(\frac{\pi \cdot D^2}{4}\right) = \frac{\pi}{4} \cdot 2 \cdot D \cdot \Delta D = \frac{\pi}{2} \cdot D \cdot \frac{\Delta p \cdot D^2}{2 \cdot e \cdot E} =$$
$$= \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{\Delta p \cdot D}{e \cdot E} = A \cdot \frac{\Delta p \cdot D}{e \cdot E}$$

volumul ΔV_2 devine

$$\Delta V_2 = \Delta A \cdot c \cdot \Delta t = c \cdot \Delta t \cdot A \cdot \frac{\Delta p \cdot D}{e \cdot E}$$

Scriind egalitatea

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

rezulta

$$A \cdot \Delta v \cdot \Delta t = \beta \cdot A \cdot c \cdot \Delta t \cdot \Delta p + A \cdot c \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta p \cdot D}{e \cdot E}$$

sau

$$\Delta v = (\beta + \frac{D}{e \cdot E}) \cdot c \cdot \Delta p$$

si folosind relatia lui *Jukovski* $\Delta p = \rho \cdot c \cdot \Delta v$

$$\rho \cdot c^2 \cdot (\beta + \frac{D}{e \cdot E}) = 1$$

si

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho \cdot (\beta + \frac{D}{e \cdot E})}} = \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon}{\rho}}{1 + \frac{\varepsilon}{E} \cdot \frac{D}{e}}}$$

Astfel, intr-o conducta reala, elastica, propagarea undelor se face intotdeauna cu o viteza mai mica decat in conductele rigide: cu cat este conducta mai elastica, cu atat celeritatea este mai mica.

"Elasticitatea" unei conducte "ca un intreg" este proportionala cu diametrul D si invers proportionala cu grosimea peretelui e si cu modulul de elasticitate E.

Toate consideratiile de mai sus sunt valabile daca deplasarile longitudinale sunt libere (eforturile longitudinale sunt nule) si daca grosimea peretelui conductei este destul de mica si materialul este omogen pentru a putea admite o distributie uniforma a eforturilor unitare laterale.

Daca deplasarile longitudinale nu sunt libere, va apare un efort unitar longitudinal σ_{ax} care va afecta deformatiile specifice laterale $\xi = \Delta D/D$. Acest efect este cuantificat cu ajutorul coeficientului lui *Poisson*

$$\mu = -\frac{alungiri\ specifice\ laterale}{alungiri\ specifice\ axiale} = -\frac{\xi}{\xi_{ax}}$$

si folosind de asemenea legea lui *Hook*

$$\sigma = E \cdot \xi \qquad \sigma_{ax} = E \cdot \xi_{ax} .$$

Pe de alta parte, daca grosimea peretelui conductei nu este destul de mica si/sau materialul nu este omogen, in figura 2 distributia eforturilor unitare nu este uniforma si fortele de tensiune nu sunt egale cu $\sigma \cdot e$.

Fara a face demonstratia care este mai complicata, se da in continuare numai rezultatul conform caruia aceste cazuri se iau in considerare cu ajutorul formulei urmatoare

$$c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho \left(1 + \frac{\varepsilon}{E} \cdot \frac{D}{e} \cdot k_1\right)}}$$

unde coeficientul k_1 este dat in tabelul de mai jos:

	Cond subtiri e/D <0,04	Cond groase e/D >0,04
Deplasari axiale libere	$k_1 = 1$	$k_1 = \frac{2e}{D}(1+\mu)+\frac{D}{D+e}$
Depl. axiale impiedicate	$k_1 = 1-\mu^2$	$k_1 = \frac{2e}{D}(1+\mu)+\frac{D(1-\mu^2)}{D+e}$

Probleme

1. Calculati viteza de propagare (celeritatea) intr-o conducta de otel plina cu apa, pozata suprateran si avand rosturi de dilatare care permit deplasarile longitudinale. Se va considera:

$D = 1500\ mm;\ e = 10\ mm;\ E = 2{,}06 \cdot 10^{11}\ N/m^2;$

$\rho = 1000\ kg/m^3\ ;\ \varepsilon = 2{,}06 \cdot 10^9\ N/m^2$

(*Indicatie*: $k_1 = 1$; *Raspuns*: $c = 908\ m/s$)

2. Evaluati viteza de propagare in conducta din problema *1* daca aceasta este construita subteran. Se va considera: $\mu = o{,}3$ (*Indicatie*: deplasarile longitudinale sunt impiedicate; *Raspuns*: $c = 933\ m/s$)

3. Calculati viteza de propagare intr-o aductiune de apa realizata din tuburi prefabricate de beton armat. Se va considera:

$D = 0{,}8\ m\ ;\quad e = 5\ cm\ ;\quad \rho = 1000\ kg/m^3\ ;$
$E = 3{,}5 \cdot 10^{10}\ N/m^2\ ;\ \varepsilon = 2{,}06 \cdot 10^9\ N/m^2\ ;\ \mu = 0{,}167$

(*Indicatie*: deplasari longitudinale libere, pereti grosi;

Raspuns: $c = 1009\ m/s$)

4. Estimati celeritatea intr-o galerie hidro-energetica cu diametrul de *3 m*, camasuita cu beton armat avand grosimea de *25 cm*. Celelalte date se vor lua din problema *3*. (*Indicatie*: deplasari longitudinale impiedicate; *Raspuns*: 1078 m/s).

5. Comparati viteza de propagare intr-un tub de cauciuc plin cu apa, cu diametrul de *30 cm* si grosimea de *6 mm* cu cea a unui tub cu acelasi diametru dar cu perete foarte gros, de *7,5 cm*. Se va considera: $E = 10^8\ ^N/_{m^2}$; $\mu = 0{,}45$; $\varepsilon = 2 \cdot 10^9\ ^N/_{m^2}$; $\rho = 1000\ ^{Kg}/_{m^3}$. Se va presupune conducta ancorata la un singur capat.

Rezolvare.

$$D = 30\ cm = 0{,}3\ m$$

$$e' = 3\ mm = 0{,}003\ m$$

$$e'' = 7{,}5\ cm = 0{,}075\ m$$

$$e'/D = \frac{0{,}006}{0{,}3} = 0{,}02 < 0{,}04 \quad \text{(pereti subtiri)}$$

$$e''/D = \frac{0{,}075}{0{,}3} = 0{,}25 > 0{,}04 \quad \text{(pereti grosi)}$$

Conducta ancorata la un capat este libera sa se deplaseze in lungul axei:

$$K'_1 = 1$$

$$K''_1 = \frac{2e}{D}(1+\mu) + \frac{D}{D+e} =$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}075}{0{,}3}(1+0{,}45) + \frac{0{,}3}{0{,}3+0{,}075} =$$

$$= 0{,}5 \cdot 1{,}45 + \frac{0{,}3}{0{,}375} = 1{,}57$$

$$c = \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon}{\rho}}{1+\frac{\varepsilon}{E}\cdot\frac{D}{e}\cdot k_1}} = \sqrt{\frac{\frac{2\cdot 10^9}{10^3}}{1+\frac{2\cdot 10^9}{10^8}\cdot 0{,}3\cdot\frac{k_1}{e}}}$$

$$= \frac{1{,}41 \cdot 10^3}{\sqrt{1+6\frac{k_1}{e}}}$$

$$c' = \frac{1410}{\sqrt{1 + 6 \cdot \frac{1}{0,003}}} = \frac{1410}{\sqrt{1 + 2000}} = \frac{1410}{44,73} = 31,52\ ^{m}/_{s}$$

$$c'' = \frac{1410}{\sqrt{1 + 6 \cdot \frac{1,57}{0,075}}} = \frac{1410}{\sqrt{1 + 125,6}} = 125,32^{m}/_{s}$$

4.2. Cazul undelor pe suprafata libera.

In acest caz, relatia dintre cele doua tipuri de unde asociate se obtine p baza schemei din figura *3* unde este reprezentata o unda directa.

Unda de suprafata este generata prin cresterea debitului dinspre amonte (diferenta dintre valoarea finala si cea initiala este pozitiva):

$$Q_f - Q_i = \Delta Q > 0$$

si ca urmare, adancimea apei va creste de la valoarea sa initiala h_i la valoarea finala h_f

$$h_f - h_i = \Delta h > 0$$

respectiv, aria sectiunii transversale va creste cu ΔA (care e functie de Δh).

Valorile reale ale vitezelor de propagare (a), in cazul undelor de suprafata, sunt mult mai apropiate de cele ale apei insasi (v_i) decat in cazul loviturii de berbec unde diferenta este extrem de mare.

De aceea, viteza de propagare a trebuie calculata ca suma dintre viteza fluidului insusi v_i si celeritatea c care este definita ca viteza de propagare atunci cand fluidul este in repaus:

$$a = v_i + c$$

Celeritatea c este considerata ca o cantitate totdeauna pozitiva in timp ce viteza de propagare a si cea a fluidului v au un semn in concordanta cu directia aleasa in mod arbitrar ca fiind pozitiva.

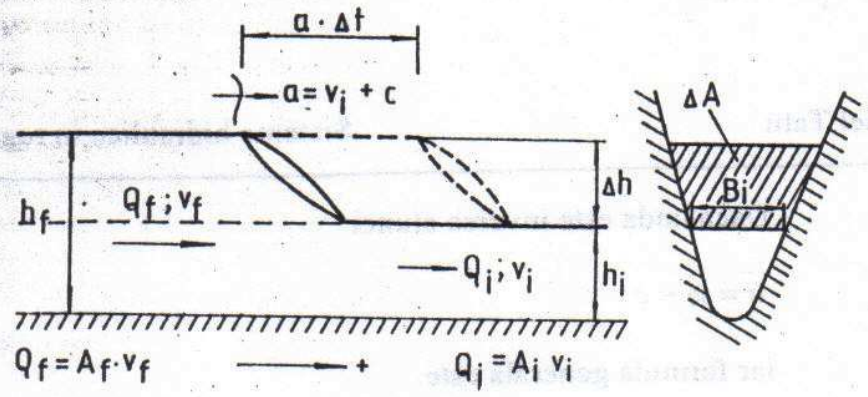


Fig. 3

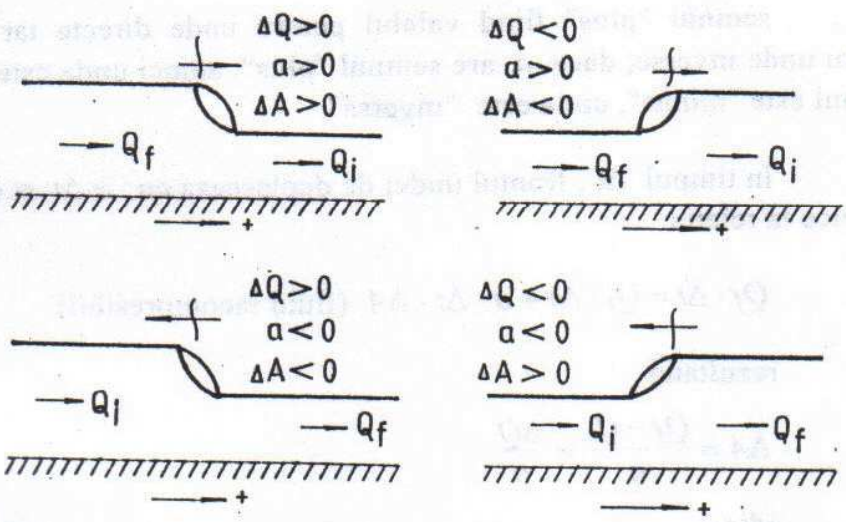
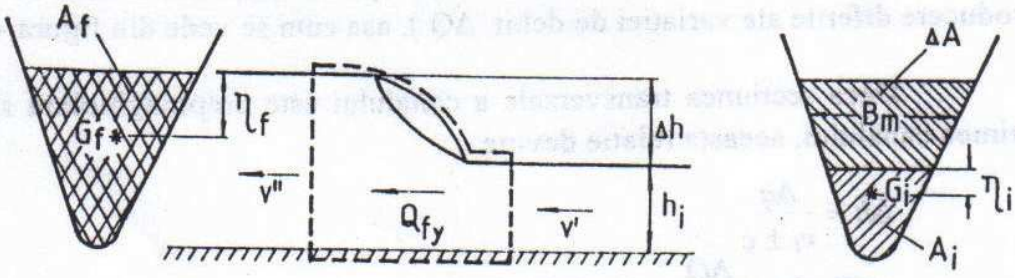


Fig. 4



$v'' = (v_i + c) - v_f$; $v' = (v_i + c) - v_i = c$

$Q_{fy} = v' \cdot A_i = v'' \cdot A_f$

Fig. 5

Daca unda este inversa atunci

$$a = v_i - c$$

iar formula generala este

$$a = v_i \pm c$$

semnul "plus" fiind valabil pentru unde directe iar semnul "minus", pentru unde inverse; daca a are semnul "plus", atunci unda este "directa" iar daca semnul este "minus", unda este "inversa".

In timpul Δt, frontul undei de deplaseaza cu $a \cdot \Delta t$ si conservarea masei conduce la relatia

$$Q_f \cdot \Delta t = Q_i \cdot \Delta t + a \cdot \Delta t \cdot \Delta A \quad \text{(fluid incompresibil)}$$

rezultand

$$\Delta A = \frac{Q_f - Q_i}{a} = \frac{\Delta Q}{a}$$

adica

$$\Delta A = \frac{\Delta Q}{v_i \pm c}$$

care este valabila in toate cazurile posibile (pentru semne si locuri de producere diferite ale variatiei de debit ΔQ), asa cum se vede din figura *4*.

Daca sectiunea transversala a canalului este dreptunghiulara si b este latimea canalului, aceasta relatie devine

$$\Delta h = \frac{\Delta q}{v_i \pm c}$$

unde $\Delta q = \frac{\Delta Q}{b}$ este debitul specific.

Aceasta relatie este analoaga relatiei lui *Jukovski* pentru lovitura de berbec, $\Delta A(\Delta h)$ fiind similara cu Δp si ΔQ fiind acelasi; dar in timp ce in formula lui *Jukovski* coeficientul lui ΔQ este o constanta $(\rho . c/A)$, in acest caz coeficientul lui ΔQ, adica $1/(v_i+c)$, se schimba cu Q si cu spatiul si timpul de asemenea (v_i si c se modifica amandoua si depind de debit si de spatiu si timp).

Pentru a calcula celeritatea se face un artificiu si anume se fixeaza frontul undei pentruca miscarea sa devina permanenta; in acest scop se presupune ca intreg canalul, inclusiv lichidul, este deplasat in sens invers sensului de deplasare a undei si cu aceeasi viteza a ca si aceasta; situatia care rezulta se afla in figura *5*.

In aceasta figura, miscarea este permanenta avand un debit fictiv Q_{fy}, constant in lungul curentului:

$$Q_{fy} = v' \cdot A_i = v'' \cdot A_f$$

unde $v' = (v_i + c) - v_i = c$ si $v'' = (v_i + c) - v_f$ au directiile din figura.

Aplicand teorema impulsului pentru lichidul din interiorul suprafetei de control (linia intrerupta din figura) si neglijand fortele de frecare (viscozitatea), rezulta urmatoarea egalitate

$$P' + I' = P'' + I''$$

unde P', P'' sunt fortele de presiune iar I', I'' sunt fortele de impuls adica:

$$\gamma \cdot \eta_i \cdot A_i + \beta \rho Q_{f_y} v' = \gamma \cdot \eta_f \cdot A_f + \beta \rho Q_{f_y} v''$$

sau

$$\gamma (\eta_f \cdot A_f - \eta_i \cdot A_i) = \beta \rho Q_{f_y} (v' - v'')$$

unde $Q_{fy} = A_i \cdot c$;

Paranteza $(v' - v'')$ poate fi dezvoltata dupa cum urmeaza:

$$v' - v'' = c - [(v_i + c) - v_f] = v_f - v_i =$$

$$= \frac{Q_f}{A_f} - \frac{Q_i}{A_i} = \frac{Q_i + \Delta Q}{A_i + \Delta A} - \frac{Q_i}{A_i} =$$

$$= \frac{Q_i A_i + A_i \Delta Q - Q_i A_i - Q_i \Delta A}{A_i(A_i + \Delta A)} = \frac{A_i \Delta Q - Q_i \Delta A}{A_i(A_i + \Delta A)}$$

Inlocuind

$$\Delta Q = a \cdot \Delta A = (v_i + c) \cdot \Delta A$$

se obtine

$$v' - v'' = \frac{A_i(v_i + c)\Delta A - Q_i \Delta A}{A_i(A_i + \Delta A)} =$$

$$= \frac{A_i v_i \Delta A + A_i c \Delta A - A_i v_i \Delta A}{A_i(A_i + \Delta A)} = c \cdot \frac{\Delta A}{A_i + \Delta A}$$

Paranteza $\eta_f A_f - \eta_i A_i$ poate fi inlocuita exprimand momentul static al sectiunii transversale A_f in jurul liniei suprafetei libere ca fiind compusa din suprafetele A_i si ΔA

$$\eta_f A_f = A_i(\eta_i + \Delta h) + \Delta A \frac{\Delta h}{2};$$

astfel rezulta

$$\eta_f A_f - \eta_i A_i = \Delta h(A_i + \frac{1}{2}\Delta A)$$

Teorema impulsului conduce la relatia:

$$\gamma \Delta h(A_i + \frac{1}{2}\Delta A) = \beta \rho A_i c \frac{c \Delta A}{A_i + \Delta A}$$

sau

$$c^2 = \frac{gA_i}{\beta \frac{\Delta A}{\Delta h}}(1 + \frac{\Delta A}{A_i})(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta A}{A_i})$$

adica

$$c = \sqrt{\frac{gA_i}{\beta B_m}} \cdot \sqrt{(1 + \frac{\Delta A}{A_i})(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta A}{A_i})}$$

Daca sectiunea transversala a canalului este dreptunghiulara cu latimea b: $A_i = b_i \cdot h_i$; $B_m = b$; $\Delta A = b \cdot \Delta h$ si

$$c = \sqrt{\frac{gh_i}{\beta}} \cdot \sqrt{(1 + \frac{\Delta h}{h_i})(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta h}{h_i})}$$

Daca amplitudinea undei este foarte mica adica $\frac{\Delta h}{h_i} \approx 0$ sau $\frac{\Delta A}{A_i} \approx 0$,

$$c = \sqrt{\frac{gA_i}{\beta B_i}}$$

si, respectiv

$$c = \sqrt{\frac{gh_i}{\beta}}$$

Considerand $\beta = 1$, toate aceste relatii devin (in forma lor uzuala pentru aplicatii):

$$c = \sqrt{\frac{gA_i}{B_m}} \cdot \sqrt{(1 + \frac{\Delta A}{A_i})(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta A}{A_i})}$$

cu

$$c = \sqrt{\frac{gA_i}{B_m}} \quad daca \quad \frac{\Delta A}{A_i} \approx 0$$

pentru sectiuni transversale de orice forma si

$$c = \sqrt{gh_i} \sqrt{(1 + \frac{\Delta h}{h_i})(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta h}{h_i})}$$

cu

$$c = \sqrt{gh_i} \quad daca \quad \frac{\Delta h_i}{h_i} \approx 0$$

pentru sectiuni transversale dreptunghiulare.

Aceste relatii, impreuna cu cele deduse mai inainte:

$$\Delta A = \frac{\Delta Q}{v_i \pm c}$$

pentru sectiuni de forma oarecare si

$$\Delta h = \frac{\Delta q}{v_i \pm c} \; ; \; \Delta q = \frac{\Delta Q}{b}$$

pentru sectiuni dreptunghiulare, permit sa se evalueze principalele caracteristici ale undelor de suprafata adica amplitudinea Δh si celeritatea c si, in acest fel viteza de propagare a. Cateva probleme rezolvate mai jos ilustreaza modul de abordare al cazurilor practice in care se produc asemenea fenomene.

Deseori, in practica, modificarea debitului nu este brusca, asa cum s-a presupus anterior, ci graduala (de exemplu, in cazul undelor de viitura sau al mareelor pentru raurile care debuseaza in oceane). Indiferent daca undele sunt directe sau inverse, ele au intotdeauna o faza "crescatoare" cand adancimile se maresc si o faza "descrescatoare", cand adancimile scad.

In figura *6*, aceste doua faze sunt ilustrate pentru o unda directa dar lucrurile se petrec asemanator si pentru unde inverse.

Astfel de unde "graduale" pot fi considerate ca fiind compuse din succesiunea unui numar infinit de mici unde cu viteze de propagare diferite, asa cum se arata in figura.

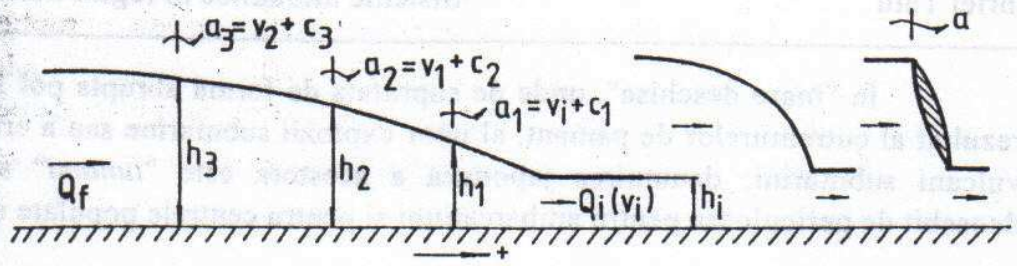
Asa se explica de ce frontul unei unde "crescatoare" ($\Delta h > 0$) se modifica in timp trecand de la o forma "graduala" la o forma "abrupta" si de ce dimpotriva, in cazul undelor "descrescatoare" ($\Delta h < 0$), forma acestora devine din ce in ce mai "graduala".

Un astfel de fenomen poate fi periculos in primul caz, al undelor "crescatoare" ($\Delta h > 0$), deoarece o miscare gradual variata se transforma intr-un "salt hidraulic calator" care produce o crestere brusca a adancimilor apei atunci cand unda "atinge" fiecare sectiune a canalului sau raului prin care se propaga.

Acest fenomen este bine cunoscut (de exemplu sub numele de "*mascaret*" in Franta sau "*bora*" in America de Sud) atunci cand este provocat de maree pentru raurile care se varsa in oceane: cand nivelele in ocean cresc, debitele raului la varsare se micsoreaza ($\Delta Q < 0$) si se produc unde inverse care se propaga spre amonte; amplitudinea acestor unde este pozitiva ($\Delta h > 0$) deoarece

$$\Delta h = \frac{\Delta q}{a}$$

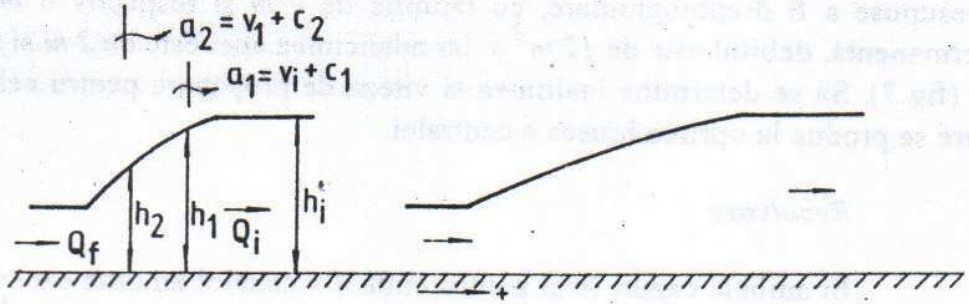
unde $\Delta q<0$ si $a<0$ (unda inversa) si astfel, o unda crescatoare este transformata rapid intr-un salt hidraulic calator.



(a) Faza cresc. : $\Delta h > 0$ [pt. $\Delta Q > 0$ ($Q_f = Q_i + \Delta Q > Q_i$)]

$c_i = \sqrt{gh_i} < c_1 = \sqrt{gh_1} < c_2 = \sqrt{gh_2} < c_3 = \sqrt{gh_3} < \ldots$

$a_1 < a_2 < a_3 < \ldots$



(b) Faza descresc. : $\Delta h < 0$ [pt. $\Delta Q < 0$ ($Q_f = Q_i + \Delta Q < Q_i$)]

$c_i = \sqrt{gh_i} > c_1 = \sqrt{gh_1} > c_2 = \sqrt{gh_2} > c_3 = \sqrt{gh_3} > \ldots$

$a_1 > a_2 > a_3 > \ldots$

Fig. 6

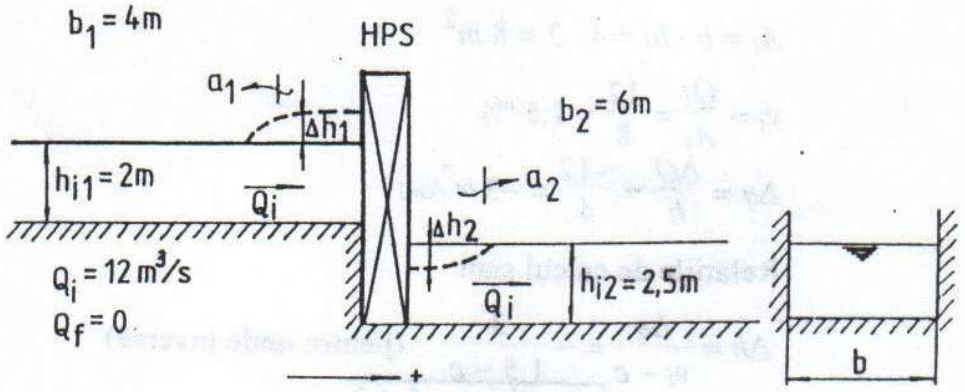


Fig. 7

In "mare deschisa", unde de suprafata de forma abrupta pot sa apara ca rezultat al cutremurelor de pamant, al unor explozii submarine sau a eruptiei unor vulcani submarini; denumirea japoneza a acestora este "*tunami*" si ele sunt deosebit de periculoase pentru ambarcatiuni si pentru centrele populate de pe tarm.

Probleme

1. Canalele amonte si aval ale unei centrale hidro-electrice (CHE) sunt presupuse a fi dreptunghiulare, cu latimile de *4 m* si respectiv *6 m*. In miscare permanenta, debitul este de *12* m^3/s iar adancimea apei este de *2 m* si respectiv *2,5 m* (fig.7). Sa se determine inaltimea si viteza de propagare pentru cele doua unde care se produc la oprirea brusca a centralei.

Rezolvare

In ambele cazuri (atat pentru unda din canalul amonte cat si pentru unda din canalul aval), avand in vedere sensul pozitiv ales, $Q_i = +12 m^3/s$, $Q_f = 0$ si astfel, $\Delta Q = -12 m^3/s$; astfel, unda din canalul amonte este o unda inversa iar unda din canalul aval este o unda directa (acest lucru va fi confirmat de semnul care va rezulta pentru cele doua viteze de propagare - a_1 si a_2).

a). Situatia din amonte

$b = 4\ m \quad h_i = 2\ m$

$$A_i = b \cdot h_i = 4 \cdot 2 = 8\ m^2$$

$$v_i = \frac{Q_i}{A_i} = \frac{12}{8} = 1{,}5\ m/s$$

$$\Delta q = \frac{\Delta Q}{b} = \frac{-12}{4} = -3\ m^3/sml$$

Relatiile de calcul sunt

$$\Delta h = \frac{\Delta q}{v_i - c} = -\frac{3}{1{,}5 - c} \quad \text{(pentru unde inverse)}$$

$$c = \sqrt{g h_i}\ \sqrt{(1 + \frac{\Delta h}{h_i})(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta h}{h_i})} =$$

$$= \sqrt{9{,}81 \cdot 2}\ \sqrt{(1 + \frac{\Delta h}{2})(1 + \frac{\Delta h}{4})} \quad =$$

$$= 4{,}43 \cdot \sqrt{(1+\frac{\Delta h}{2})(1+\frac{\Delta h}{4})}$$

adica

$$\Delta h = -\frac{3}{1{,}5 - c} \qquad (a)$$

$$c = 4{,}43\sqrt{(1+\frac{\Delta h}{2})(1+\frac{\Delta h}{4})} \qquad (b)$$

ceeace reprezinta un sistem de doua ecuatii cu doua necunoscute, respectiv Δh and c.

Mai jos, acest sistem este rezolvat folosind aproximatiile succesive: dand o valoare oarecare pentru Δh (zero pentru inceput), o valoare (aproximativa) pentru c poate fi calculata din ecuatia (b), apoi o alta valoare aproximativa pentru Δh poate fi dedusa din ecuatia (a), folosind valoarea lui c dedusa anterior, apoi o noua valoare pentru c din ecuatia (b), folosind valoarea lui Δh dedusa mai inainte s.a.m.d.

Valorile succesive ale lui Δh si c sunt date in tabelul urmator

Δh	0	1,024	0,651	0,75	0,721	0,73	0,727	0,727
c	4,43	6,105	5,5	5,66	5,61	5,628	5,623	5,623

Calculul poate fi considerat incheiat atunci cand cele doua variabile nu se mai modifica in mod semnificativ adica atunci cand

$$|\Delta h^{(n)} - \Delta h^{(n-1)}| < \varepsilon$$

unde *(n-1), (n)* sunt doua aproximatii succesive iar ε este eroarea admisibila.

Aceasta metoda este foarte potrivita pentru un calcul automat pe calculatorul electronic.

Pentru a incheia acest calcul, se calculeaza viteza de propagare

$$a = v_i - c = 1{,}5 - 5{,}623 = -4{,}123\ ^m/_s$$

Rezultatele problemei sunt:

$\Delta h_1 = +0,727\ m$;

$a_1 = -4,123\ ^m/_s$

adica se genereaza o unda crescatoare (pozitiva) in urma carei adancimea creste cu $0,727\ m$ si care se deplaseaza catre amonte (semnul minus cu viteza de $4,123\ m/s$.

b). Situatia din aval

Se foloseste aceeasi metoda.

Pasii de calcul succesivi sunt urmatorii:

$b = 6\ m\ ;\ h_i = 2,5\ m\ ;\ \Delta q = -2\ ^{m^3}/_{s.ml}\ ;$

$A_i = 6 \cdot 2,5 = 15\ m^2\ ;\ v_i = 0,8\ ^m/_s$

$$\Delta h = -\frac{2}{0,8 + c} \quad \text{(unda directa)} \quad \text{(a)}$$

$$c = 4,952 \cdot \sqrt{(1 + \frac{\Delta h}{2,5})(1 + \frac{\Delta h}{5})} \quad \text{(b)}$$

Δh	0	-0,348	-0,389	-0,395	-0,395
c	4,952	4,341	4,268	4,257	4,257

Rezultatele sunt:

$\Delta h = -0,395\ m$

$a = 0,8 + 4,257 = 5,057\ ^m/_s$

adica apare o unda descrescatoare (adancimea se micsoreaza cu 0,39 m) care se deplaseaza catre aval cu viteza de $5,057\ m/s$.

2. Pe un canal, cu latimea la baza de *2 m* si cu pantele taluzelor laterale *1:3*, se afla o stavila inchisa. Adancimile apei sunt de *4 m* in amonte si pectiv de *1 m* in aval. Sa se evalueze caracteristicile undelor generate pe canal nci cand stavila se deschide brusc lasand sa treaca un debit de $5\ m^3/s$.

Rezolvare

a). Situatia din aval

$h_i = 1\ m \quad b = 2\ m \quad m = 3$

$A = h(b + mh) = h(2 + 3h)$

$A_i = 1(2 + 3 \cdot 1) = 5m^2$

$B = b + 2mh = 2 + 6h$

$v_i = 0$

$\Delta Q = Q_f - Q_i = 5 - 0 = 5\ m^3/s$

Avem de a face cu o unda directa.

Relatiile folosite sunt

$$\Delta A = \frac{\Delta Q}{v_i + c} = \frac{\Delta Q}{+c} = \frac{5}{c} \qquad (a)$$

$$c = \sqrt{\frac{gA_i}{B_m}}\sqrt{(1 + \frac{\Delta A}{A_i})(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta A}{A_i})} =$$

$$= \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 5}{B_m}}\sqrt{(1 + \frac{\Delta A}{5})(1 + \frac{\Delta A}{10})} \qquad (b)$$

$$B_m = \frac{\Delta A}{\Delta h} \qquad (c)$$

Algoritmul propus pentru rezolvarea acestui sistem de ecuatii si pentru ulul necunoscutelor (in primul rand Δh si c) este urmatorul: se face o punere pentru Δh si apoi se fac urmatoarele calcule:

$$h_m = h_i + \frac{\Delta h}{2} = 1 + \frac{\Delta h}{2}$$

$$B_m = 2 + 6h_m$$

$$\Delta A = B_m \cdot \Delta h$$

$$c_1 = \frac{5}{\Delta A}$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{49,05}{B_m}} \sqrt{(1 + \frac{\Delta A}{5})(1 + \frac{\Delta A}{10})}$$

Valoarea propusa pentru Δh este o solutia problemei daca $c_1 \approx c_2$ adica atunci cand

$$|c_1 - c_2| < \varepsilon$$

(ε este eroarea admisibila).

Calculele au fost sistematizate in tabelul urmator:

Δh	h_m	B_m	ΔA	c_1	c_2	c_2-c_1
1,0	1,5	11	11	0,454	5,474	+
0,5	1,25	9,5	4,75	1,053	3,854	+
0,3	1,15	8,9	2,67	1,873	3,273	+
0,2	1,10	8,6	1,72	2,906	2,997	+
0,19	1,095	8,57	1,628	3,071	2,970	-
0,195	1,0975	8,585	1,674	2,986	2,983	S

In ultima coloana a acestui tabel se da semnul lui $c_2 - c_1$ si se observa usor ca solutia se gaseste intre valorile care schimba de semn (deoarece in cazul solutiei trebuie sa existe relatia $c_2 - c_1 = 0$); aceasta observatie este foarte utila atunci cand se urmareste realizarea unui program de calcul electronic. *Solutia* este notata cu "*S*".

b). Situatia din amonte

S-a adoptat aceeasi metoda iar pasii de calcul si relatiile respective se dau in continuare:

$$h_i = 4m \quad A_i = 4(2 + 3 \cdot 4) = 56\ m^2$$

Pentru Δh se alege o valoare si apoi se calculeaza

$$h_m = 4 + \frac{\Delta h}{2}$$

$$B_m = 2 + 6h_m$$

$$\Delta A = B_m \cdot \Delta h$$

$$c_1 = -\frac{5}{\Delta A} \text{ (pentru o unda inversa, } \Delta A = \frac{\Delta Q}{-c})$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{549,36}{B_m}} \sqrt{(1 + \frac{\Delta A}{56})(1 + \frac{\Delta A}{112})}$$

Δh	h_m	B_m	ΔA	c_1	c_2	c_2-c_1
-0,2	3,9	25,4	-5,08	0,984	4,333	+
-0,1	3,95	25,7	-2,57	1,945	4,464	+
-0,045	3,9775	25,865	-1,164	4,295	4,537	+
-0,043	3,9785	25,871	-1,112	4,494	4,472	-

Solutia acestei probleme este:

$\Delta h = -0,0435\, m$;

$c = 4,485\ ^m/_s$;

$a = -c = -4,485\ ^m/_s$

si a fost obtinuta prin interpolare intre ultimele doua linii ale tabelului intre care semnul diferentei $c_2 - c_1$ se modifica.

Unda generata astfel se deplaseaza catre amonte cu viteza de *4,485 m/s* si este o unda descrescatoare (negativa), respectiv o unda care coboara nivelele cu *4,35 cm*.

5. Metode de calcul

Daca miscarea este nepermanenta, parametrii miscarii (acele marimi care descriu starea de miscare - *Q, v, p, H etc.*) variaza cu timpul si, ca urmare, cu spatiul.

Acest tip de fenomene este descris de un sistem de ecuatii diferentiale cu derivate partiale, de ordinul doi si de tip hiperbolic; solutia acestor ecuatii depi in mod esential de conditiile initiale si la limita ale problemei concrete care se rezolva.

Conditiile initiale si la limita fiind de regula foarte complicate, solutiil analitice ale acestor ecuatii sunt practic nefolositoare deoarece ele pot fi obtinut numai in cazul unor conditii extrem de simple.

Pentru a rezolva astfel de probleme exista practic o singura cale s anume aceea de a folosi diferentele finite sau elementele finite pentru a transform sistemul de ecuatii diferentiale intr-un sistem de ecuatii algebrice; dificultatil legate de rezolvarea sistemelor de ecuatii algebrice sunt legate in primul rand d numarul mare de ecuatii si respectiv de necunoscute dar, cu ajutor calculatoarelor moderne, cu o putere mare de calcul (viteza si memorie), acest dificultati pot fi depasite cu usurinta.

Problema fundamentala consista in realizarea unor modele matematic a unor algoritme si a unor programe de calcul (asa numitul "software"), capabil rezolve rapid si corect problemele practice.

De aceea, in continuare se vor trata numai metodele numerice de calcul

5.1. Cazul loviturii de berbec

Exista doua metode care permit sa se evalueze efectul regimurilor nepermanente in conducte cu lichide sub presiune, atunci cand parametrii variaza rapid (lovitura de berbec). Ambele se bazeaza pe modelul fluidului real compresibil dar neglijand frecarile (pierderile de sarcina); pentru a tine seama de efectul frecarilor, sunt necesare unele artificii care se vor descrie la momentul oportun.

Prima dintre metode, cunoscuta sub numele de "metoda undelor fizice", se poate aplica numai in cazurile foarte simple dar, pe de alta parte, descrierea acestei metode este foarte utila pentru intelegerea acestui tip de fenomene si pentruca ea reprezinta baza celei de a doua metode.

A doua metoda, "metoda undelor de calcul", are o aplicabilitate practic nelimitata, putandu-se rezolva cele mai complexe situatii, cu cele mai complicate conditii initiale si la limita. Aceasta metoda sta la baza majoritatii algoritmilor pentru calculul loviturii de berbec.

5.1.1. Metoda undelor fizice.

Cunoscand amplitudinea undelor generate (de exemplu, prin inchiderea brusca a unei vane) precum si proprietatile lor de propagare, de reflexie si de refractie, se pot calcula valorile diferitilor parametri in orice punct si in orice moment, suprapunand efectul tuturor undelor care au trecut prin punctul respectiv de al inceputul fenomenului si pana la momentul dat, adica:

$$Q(s,t) = Q_o(s,t) + \sum_0^t \Delta Q_d + \sum_0^t \Delta Q_i$$

$$p(s,t) = p_o(s,t) + \sum_0^t \Delta p_d + \sum_0^t \Delta p_i$$

unde: s este punctul dat; t este momentul dat; $Q_o(s,t)$, $p_o(s,t)$ sunt valorile initiale ale debitului si ale presiunii in punctul si la momentul dat;

$\sum_0^t \Delta Q_d$, $\sum_0^t \Delta p_d$ reprezinta suma amplitudinilor (de debit si de presiune)

transportate de toate undele directe care au trecut prin punctul dat s de la inceput si pana la momentul t;

$\sum_0^t \Delta Q_i$, $\sum_0^t \Delta p_i$ reprezinta suma amplitudinilor (de debit si de presiune)

transportate de toate undele inverse care au trecut prin punctul s de la inceput si pana la momentul t;

Aceasta metoda poate fi utila pentru cazuri foarte simple (cum este inchiderea brusca a unei vane pe o conducta care are conditii la limita foarte simple).

Pentru aplicarea acestei metode este necesar sa se calculeze coeficientii de reflexie (l) si de refractie (r). Acesti coeficienti pot fi calculati pentru cazuri simple cum sunt cele din figurile 8, 9 si 10. In aceste figuri, unda incidenta este notata cu φ_1 iar cele refractate cu φ_2, φ_3 (indicele arata conducta pe care se propaga unda); unda reflectata este notata cu ψ_1.

Mai jos se dau, fara demonstratie (care poate fi gasita in [1]), relatiile de calcul pentru coeficientii de reflexie si cei de refractie.

In figura 8, "obstacolul" care provoaca aparitia undelor reflectate si refractate consta in modificarea rezistentei de unda z ca rezultat al modificarii sectiunii sau celeritatii. Pentru acest caz, coeficientii de reflexie si de refractie, pentru undele de debit si cele de presiune precum si relatiile de calcul sunt:

$$l_p = \frac{\Delta p_{\psi 1}}{\Delta p_{\varphi 1}} = -\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$$

$$l_Q = \frac{\Delta Q_{\psi 1}}{\Delta Q_{\varphi 1}} = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} = -l_p$$

$$r_p = \frac{\Delta p_{\varphi 2}}{\Delta p_{\varphi 1}} = \frac{2z_2}{z_1 + z_2}$$

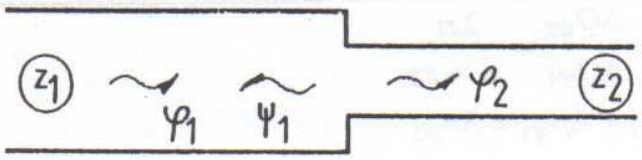


Fig. 8

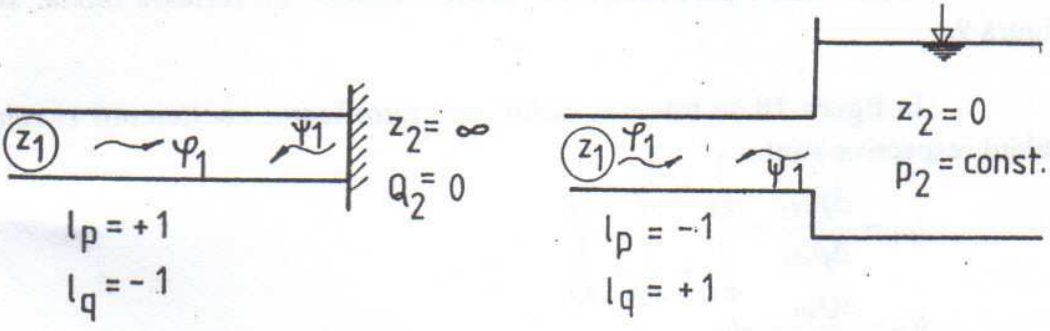


Fig. 9

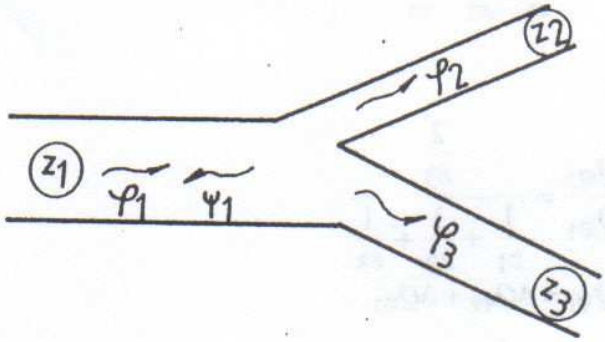


Fig. 10

$$r_Q = \frac{\Delta Q_{\varphi 2}}{\Delta Q_{\varphi 1}} = \frac{2z_1}{z_1 + z_2}$$

$$\Delta p_{\varphi 1} + \Delta p_{\psi 1} = \Delta p_{\varphi 2}$$

$$\Delta Q_{\varphi 1} + \Delta Q_{\psi 1} = \Delta Q_{\varphi 2}$$

$$\Delta p_{\varphi 1} = z_1 \cdot \Delta Q_{\varphi 1}$$

$$\Delta p_{\varphi 2} = z_2 \cdot \Delta Q_{\varphi 2}$$

$$\Delta p_{\psi 1} = -z_1 \cdot \Delta Q_{\psi 1}$$

Doua cazuri particulare ale acestei situatii, cu reflexie totala, se dau in figura 9.

In figura 10 se trateaza cazul unei ramificatii; coeficientii si relatiile de calcul respective sunt:

$$l_{p1} = \frac{\Delta p_{\psi 1}}{\Delta p_{\varphi 1}} = \frac{\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_3}}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}}$$

$$l_{Q1} = \frac{\Delta Q_{\psi 1}}{\Delta Q_{\varphi 1}} = -l_{p1}$$

$$r_{p2} = \frac{\Delta p_{\varphi 2}}{\Delta p_{\varphi 1}} = r_{p3} = \frac{\Delta p_{\varphi 3}}{\Delta p_{\varphi 1}} = \frac{\frac{2}{z_1}}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}}$$

$$r_{Q2} = \frac{\Delta Q_{\varphi 2}}{\Delta Q_{\varphi 1}} = \frac{\frac{2}{z_2}}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}}$$

$$r_{Q3} = \frac{\Delta Q_{\varphi 3}}{\Delta Q_{\varphi 1}} = \frac{\frac{2}{z_3}}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}}$$

$$\Delta Q_{\varphi 1} + \Delta Q_{\psi 1} = \Delta Q_{\varphi 2} + \Delta Q_{\varphi 3}$$

$$\Delta p_{\varphi 1} + \Delta p_{\psi 1} = \Delta p_{\varphi 2} = \Delta p_{\varphi 3}$$

$$\Delta p_{\varphi 1} = z_1 \cdot \Delta Q_{\varphi 1}$$

$$\Delta p_{\psi 1} = -z_1 \cdot \Delta Q_{\psi 1}$$

$$\Delta p_{\varphi 2} = z_2 \cdot \Delta Q_{\varphi 2}$$

$$\Delta p_{\varphi 3} = z_3 \cdot \Delta Q_{\varphi 3}$$

Cele doua ramuri (*2* si *3*) pot fi inlocuite cu una singura, echivalenta (*23*) avand rezistenta de unda echivalenta z_{23} ce poate fi calculata cu formula:

$$\frac{1}{z_{23}} = \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}$$

Probleme

1. Pentru cazul din figura 11, sa se calculeze valorile debitului si presiunii in vecinatatea obstacolului, imediat dupa ce unda incidenta a ajuns in dreptul ei. $\rho_{apa} = 1000^{Kg/m^3}$

Rezolvare

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = 0{,}502\, m^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = 0{,}283 m^2$$

$$z_1 = \frac{\rho \cdot c_1}{A_1} = \frac{1000 \cdot 900}{0{,}502} = 1{,}793 \cdot 10^6 \frac{N \cdot s}{m^5}$$

$$z_2 = \frac{\rho \cdot c_2}{A_2} = \frac{1000 \cdot 1100}{0{,}283} = 3{,}887 \cdot 10^6 \frac{N \cdot s}{m^5}$$

$$l_p = -l_Q = -\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} = \frac{1{,}793 - 3{,}887}{1{,}793 + 3{,}887} = +0{,}369$$

$$r_p = \frac{2z_2}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot 3{,}887}{1{,}793 + 3{,}887} = 1{,}369$$

$$r_Q = \frac{2z_1}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot 1{,}793}{1{,}793 + 3{,}887} = 0{,}631$$

$$\Delta p_{\varphi 1} = z_1 \cdot \Delta Q_{\varphi 1}\ ;\ \Delta p_{\varphi 1} = 1 bar = 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$\Delta Q_{\varphi 1} = \frac{\Delta p_{\varphi 1}}{z_1} = \frac{10^5}{1{,}793 \cdot 10^6} = 0{,}0558\, m^3/s$$

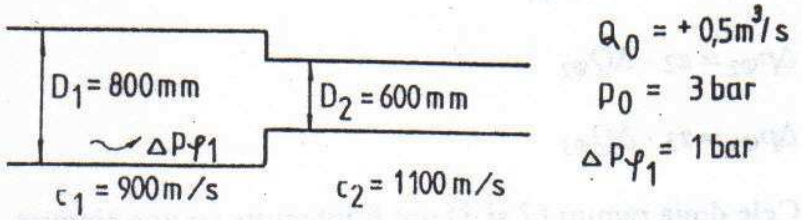


Fig. 11

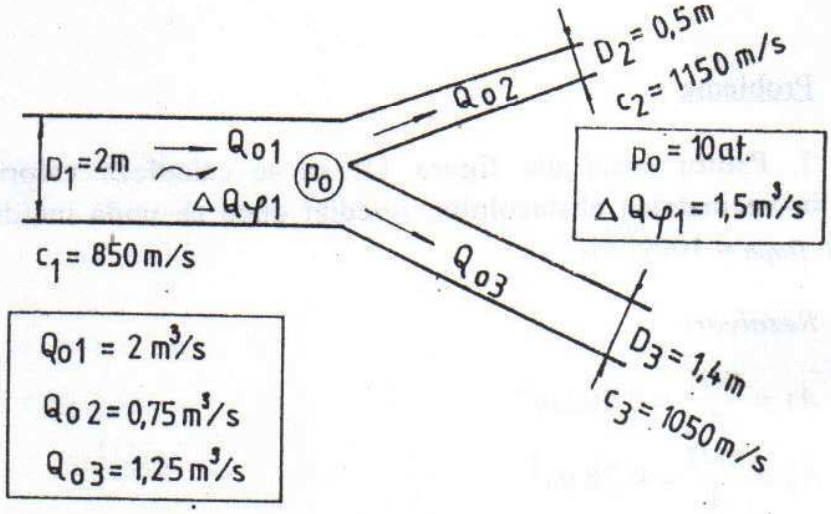


Fig. 12

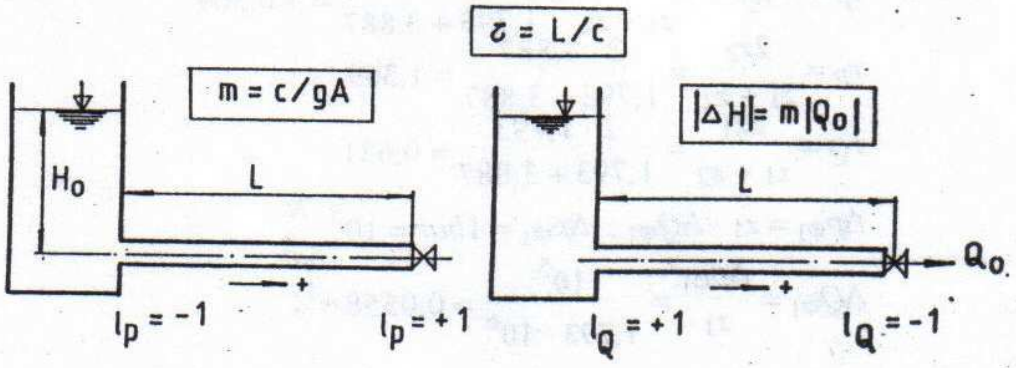


Fig. 13.a

$$\Delta p_{\psi 1} = l_p \cdot \Delta p_{\varphi 1} = 0{,}369 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$\Delta Q_{\psi 1} = l_Q \cdot \Delta Q_{\varphi 1} = -0{,}369 \cdot 0{,}0558 = -0{,}0206 \frac{m^3}{s}$$

$$\Delta p_{\varphi 2} = r_p \cdot \Delta p_{\varphi 1} = 1{,}369 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$\Delta Q_{\varphi 2} = r_Q \cdot \Delta Q_{\varphi 1} = 0{,}631 \cdot 0{,}0558 = 0{,}0352 \frac{m^3}{s}$$

Verificare:

$$\Delta p_{\varphi 2} = z_2 \cdot \Delta p_{\varphi 2} \rightarrow 1{,}369 \cdot 10^5 = 3{,}887 \cdot 10^6 \cdot 0{,}0352$$

$$\Delta p_{\psi 1} = -z_1 \cdot \Delta Q_{\psi 1} \rightarrow 0{,}369 \cdot 10^5 = -1{,}793 \cdot 10^6 \cdot (-0{,}0206)$$

$$\Delta Q_{\varphi 1} + \Delta Q_{\psi 1} = \Delta Q_{\varphi 2} \rightarrow 0{,}0558 + (-0{,}0206) = 0{,}0352$$

$$\Delta p_{\varphi 1} + \Delta p_{\psi 1} = \Delta p_{\varphi 2} \rightarrow 10^5 + 0{,}369 \cdot 10^5 = 1{,}369 \cdot 10^5$$

In final, dupa ce unda incidenta a atins "obstacolul", debitul si presiunea devin:

$$Q_1 = Q_0 + \Delta Q_{\varphi 1} + \Delta Q_{\psi 1} =$$

$$= 0{,}5 + 0{,}0558 + (-0{,}0206) = 0{,}5352 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_2 = Q_0 + \Delta Q_{\varphi 2} = 0{,}5 + 0{,}0352 = 0{,}5352 \frac{m^3}{s}$$

Verificare:

$Q_1 = Q_2 = 0{,}5352\ m^3/s$

$$p_1 = p_0 + \Delta p_{\varphi 1} + \Delta p_{\psi 1} =$$

$$= 3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^5 + 0{,}369 \cdot 10^5 = 4{,}369 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$p_2 = p_0 + \Delta p_{\varphi 2} = 3 \cdot 10^5 + 1{,}369 \cdot 10^5 = 4{,}369 \cdot 10^5\ N/m^2$

Verificare: $p_1 = p_2 = 4{,}369 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} = 4{,}369 bar$

Rezultate: $Q = 0{,}5352\ m^3/s$; $p = 4{,}369$ bar

2. Sa se calculeze debitul si presiunea langa ramificatia din figura 12, dupa ce unda incidenta a ajuns in dreptul ei. $\gamma_{apa} = 9810 \frac{N}{m^3}$

Rezolvare:

$D_1 = 2m$; $D_2 = 0{,}5m$; $D_3 = 1{,}4m$

$A_1 = 3{,}14m^2$; $A_2 = 0{,}196m^2$; $A_3 = 1{,}539m^2$;

$c_1 = 850^{m}/_{s}$; $c_2 = 1150^{m}/_{s}$; $c_3 = 1050^{m}/_{s}$;

$\Delta Q_{\varphi 1} = 1{,}5 \frac{m^3}{s}$ $p_0 = 10at(^{Kgf}/_{cm^2}) = 10 \cdot 9{,}81 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2}$

$Q_{01} = 2 \frac{m^3}{s}$; $Q_{02} = 0{,}75 \frac{m^3}{s}$; $Q_{03} = 1{,}25 \frac{m^3}{s}$;

In aceasta problema, presiunea va fi exprimata in echivalent coloana de lichid ($h = \frac{p}{\gamma}$) si astfel, in toate relatiile, presiunea p va fi inlocuita cu inaltimea H iar rezistentele de unda z, cu m.

$$H_0 = \frac{p_0}{\gamma} = \frac{10 \cdot 9{,}81 \cdot 10^4}{9{,}81 \cdot 10^3} = 100m = H_{01} = H_{02} = H_{03}$$

$$m_1 = \frac{c_1}{g \cdot A_1} = \frac{850}{9{,}81 \cdot 3{,}14} = 27{,}594 \frac{s}{m^2}$$

$$m_2 = \frac{c_2}{g \cdot A_2} = \frac{1150}{9{,}81 \cdot 0{,}196} = 59{,}81 \frac{s}{m^2}$$

$$m_3 = \frac{c_3}{g \cdot A_3} = \frac{1050}{9{,}81 \cdot 1{,}539} = 69{,}547 \frac{s}{m^2}$$

$$\Delta H_{\varphi 1} = m_1 \cdot \Delta Q_{\varphi 1} = 27{,}594 \cdot 1{,}5 = 41{,}391\ m$$

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} = \frac{1}{27{,}54} + \frac{1}{59{,}81} + \frac{1}{69{,}547} = 0{,}05229;$$

$$\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} = 0{,}01605 ; \frac{1}{m_1} = 0{,}03624 ; \frac{1}{m_2} = 0{,}00167;$$

$$\frac{1}{m_3} = 0{,}01438_1$$

$$l_{H_1} = -l_{Q_1} = \frac{\frac{1}{m_1} - (\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_2})}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}} =$$

$$= \frac{0{,}03624 - 0{,}01605}{0{,}05229} = +0{,}3861$$

$$r_{H2} = r_{H3} = \frac{\frac{2}{m_1}}{\frac{1}{\frac{2}{m_1}} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}} = \frac{2 \cdot 0{,}03624}{0{,}05229} = 1{,}3861$$

$$r_{Q2} = \frac{\frac{m_2}{2}}{\frac{1}{\frac{m_1}{2}} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}} = \frac{2 \cdot 0{,}00167}{0{,}05229} = 0{,}0639$$

$$r_{Q3} = \frac{m_3}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}} = \frac{2 \cdot 0{,}01438}{0{,}05229} = 0{,}55$$

$$\Delta H_{\varphi 1} = m_1 \cdot \Delta Q_{\varphi 1} = 27{,}594 \cdot 1{,}5 = 41{,}391 m$$

$$\Delta Q_{\psi 1} = l_{Q1} \cdot \Delta Q_{\varphi 1} = -0{,}3861 \cdot 1{,}5 = -0{,}5791 \frac{m^3}{s}$$

$$\Delta H_{\psi 1} = l_{H1} \cdot \Delta H_{\varphi 1} = 0{,}3861 \cdot 41{,}391 = 15{,}981 m$$

$$\Delta Q_{\varphi 2} = r_{Q2} \cdot \Delta Q_{\varphi 1} = 0{,}0639 \cdot 1{,}5 = +0{,}0958 \frac{m^3}{s}$$

$$\Delta H_{\varphi 2} = r_{H2} \cdot \Delta H_{\varphi 1} = 1{,}3861 \cdot 41{,}391 = 57{,}372\ m$$

$$\Delta Q_{\varphi 3} = r_{Q3} \cdot \Delta Q_{\varphi 1} = 0{,}55 \cdot 1{,}5 = +0{,}8250 \frac{m^3}{s}$$

$$\Delta H_{\varphi 3} = r_{H3} \cdot \Delta H_{\varphi 1} = 1{,}3861 \cdot 41{,}391 = 57{,}372\ m$$

Suprapunand efectul undelor incidenta, reflectata si refractata peste situatia initiala, se obtine situatia finala:

$$Q_1 = Q_{01} + \Delta Q_{\varphi 1} + \Delta Q_{\psi 1} =$$

$$= 2 + 1{,}5 + (-0{,}5791) = 2{,}9209 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_2 = Q_{02} + \Delta Q_{\varphi 2} = 0{,}75 + 0{,}0958 = 0{,}8458 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_3 = Q_{03} + \Delta Q_{\varphi 3} = 1{,}25 + 0{,}825 = 2{,}0750 \frac{m^3}{s}$$

Verificare:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \rightarrow 2{,}9209 = 0{,}8458 + 2{,}0750$$

$$H_1 = H_{01} + \Delta H_{\varphi 1} + \Delta H_{\psi 1} =$$

$$= 100 + 41{,}391 + 15{,}981 = 157{,}372\ m$$

$H_2 = H_{02} + \Delta H_{\varphi 2} = 100 + 57{,}372 = 157{,}372\ m$

$H_3 = H_{03} + \Delta H_{\varphi 3} = 100 + 57{,}372 = 157{,}372\ m$

Verificare:

$H_1 = H_2 = H_3 = 157{,}372\ m$

$p_1 = p_2 = p_3 = \gamma \cdot H = 9810 \cdot 157{,}372 = 1{,}544 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} =$

$15{,}44 bar = 15{,}74 at.$

Rezultate:

$Q_1 = 2{,}9209 \frac{m^3}{s}$

$Q_2 = 0{,}8458 \frac{m^3}{s}$

$Q_3 = 2{,}0750 \frac{m^3}{s}$

$H_1 = H_2 = H_3 = 157{,}372\ m$

$p_1 = p_2 = p_3 = 15{,}74\ at$

3. Sa se calculeze variatiile de presiune si de debit intr-o conducta simpla, alimentata la un capat dintr-un rezervor si avand, la capatul opus, o vana care se inchide brusc (fig.13). *D=1000 mm; L=1000 m; c=1000 m/s;* $Q_o = 2m^3/s$.

Rezolvare

$A = \frac{\pi : D^2}{4} = 0{,}785\ m^2;$

$m = \frac{c}{g \cdot A} = \frac{1000}{9{,}81 \cdot 0{,}785} \approx 130 \frac{s}{m^2}$

$m \cdot Q_0 = |\Delta H| = 130 \cdot 2 = 260\ m$

Cand vana se inchide, debitul se modifica brusc cu valoarea:

$$\Delta Q = Q_f - Q_i = 0 - Q_0 = -Q_0$$

(aici, Q_0 este considerat ca o valoare positiva).

Unda fizica generata este o unda inversa si deci

$$\Delta H = -m \cdot \Delta Q = +m \cdot Q_0$$

Astfel, unda primara se compune dintr-o unda de debit negativa (descrescatoare) (ΔQ = -2 m^3/s) si o unda de presiune (de sarcina) pozitiva (crescatoare) (ΔH = +260 m).

Aceasta unda se deplaseaza in lungul conductei si, atunci cand ajunge la rezervor sau la vana inchisa, ea se reflecta total cu sau fara schimbare de semn (l_p; $l_Q = \pm 1$); valorile coeficientilor de reflexie sunt inscrisi in figura 13.a.

In figura 13.b., se urmareste deplasarea fiecarei unde si efectul insumarii lor iar graficele indica valorile rezultate la momentele $0+\varepsilon$, $\frac{\tau}{2}$; $\tau+\varepsilon$; $3\frac{\tau}{2}$; $2\tau+\varepsilon$; $5\frac{\tau}{2}$; $3\tau+\varepsilon$; $7\frac{\tau}{2}$; $4\tau+\varepsilon$ unde $\tau = \frac{L}{c} = \frac{1000}{1000} = 1 sec$ iar ε este un interval de timp foarte mic (un procent extrem de mic din valoarea lui τ); valorile rezultate s-au obtinut adunand efectul tuturor undelor care au trecut prin punctul respectiv de la inceputul fenomenului si pana la momentul respectiv.

Astfel, unda primara de debit (produsa prin inchiderea brusca a avnei) $\Delta Q = -Q_0$ se deplaseaza catre rezervor si se suprapune peste situatia existenta cand debitul era $+Q_o$; in acest fel, in noua situatie $Q=Q_o+(-Q_o)=0$. Cand aceasta unda ajunge la rezervor, ea se reflecta total si fara schimbare de semn generand o noua unda (o unda secundara) care se deplaseaza catre vana si care transporta o variatie de debit de asemenea negativa $\Delta Q=-Q_o$; aceasta unda se suprapune peste situatia existenta care avea $Q=0$ si astfel, noul debit va fi $Q=0+(-Q_o)=-Q_o$. Ultima unda ($\Delta Q = -Q_o$) atinge acum vana inchisa si aici se reflecta cu schimbare de semn si astfel noua unda secundara devine $\Delta Q = +Q_o$; ultima situatie avea $Q=-Q_o$ si astfel dupa trecerea noii unde debitul va fi $Q=-Q_o+(+Q_o)=0$ s.a.m.d.

S-a aplicat acelasi procedeu si pentru variatiile de presiune (de sarcina H) cu deosebirea ca unda primara este pozitiva $\Delta H = +mQ_0$ iar coeficientii de reflexie au alte semne.

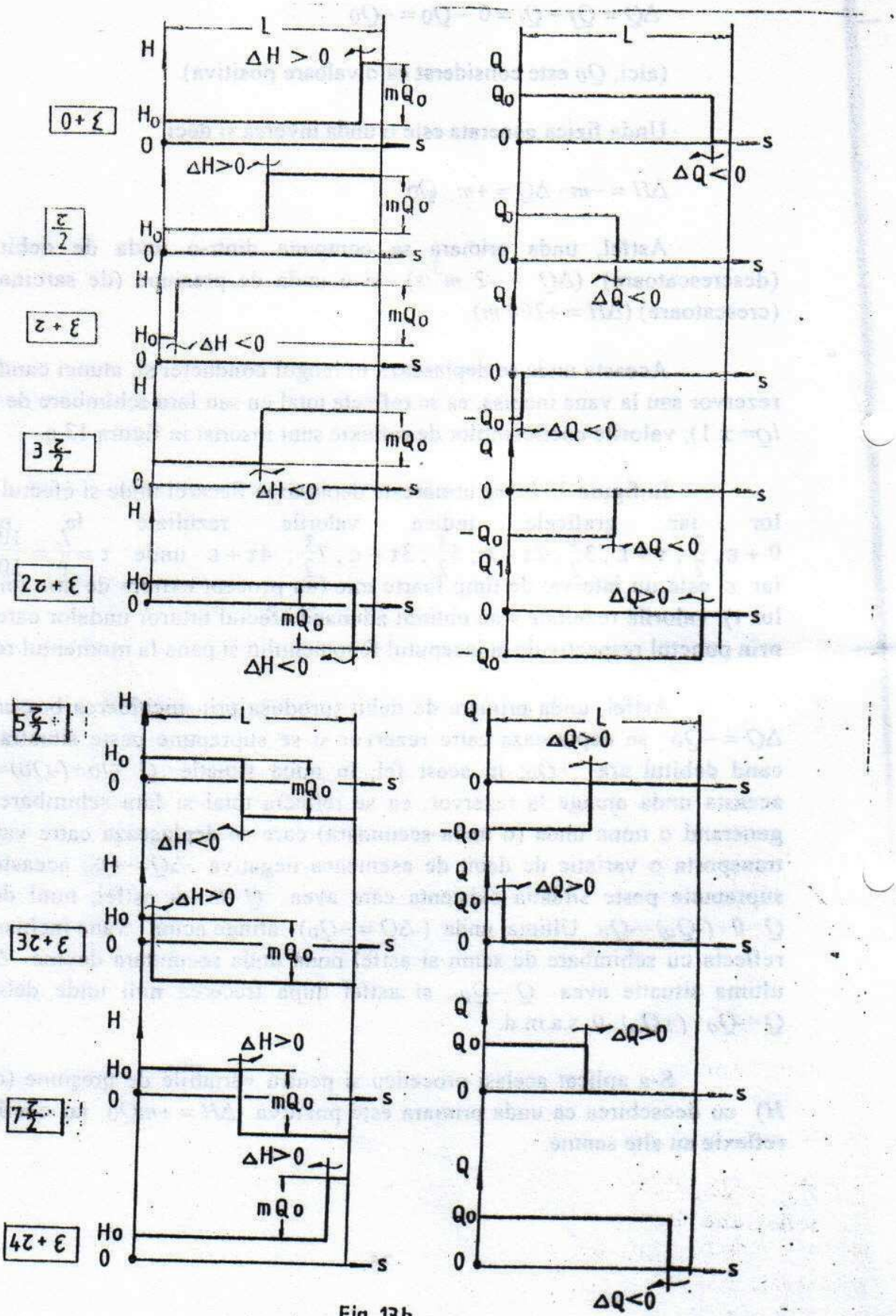


Fig. 13b

Dupa cum se observa cu usurinta din figura 13.b, fenomenul are perioada egala cu 4τ : la momentul $4\tau+\varepsilon$ situatia este aceeasi ca si la momentul $0+\varepsilon$ iar fenomenul continua in mod identic.

Desigur, e putin curios ca amplitudinile (de debit si de presiune) nu se atenueaza in timp dar acest lucru se explica prin faptul ca s-au neglijat frecarile. Pentru a prinde in calcul efectul pierderilor de sarcina, este necesar sa se faca unele artificii care se vor explica mai tarziu.

5.1.2. Metoda undelor de calcul

Aceasta metoda este cunoscuta si sub numele de metoda a caracteristicilor si este in general folosita la toate fenomenele descrise de ecuatii cu derivate partiale de ordinul doi de tip hiperbolic.

In cazul loviturii de berbec, cand $v \ll c$ (adica, viteza lichidului insusi este cu mult mai mica decat celeritatea si respectiv decat viteza de propagare a undelor), este posibil sa se aplice metoda suprapunerii efectelor (ca in metoda undelor fizice) si astfel, metoda undelor de calcul poate fi demonstrata pe o cale mai directa si mai sugestiva.

Urmatoarele relatii sunt deja cunoscute:

$$Q = Q_0 + \Sigma\Delta Q_d + \Sigma\Delta Q_i$$

$$H = H_0 + \Sigma\Delta H_d + \Sigma\Delta H_i$$

Aici, presiunea p a fost inlocuita prin cota piezometrica H (H_o semnifica valoarea initiala a acesteia dupa cum Qo reprezinta valoarea initiala a debitului). Dupa cum se stie, $H = z + \frac{p}{\gamma}$, relatie in care aici z este cota geodezica.

Inmultind prima relatie cu m (rezistenta de unda) si dezvoltand relatia a doua rezulta:

$$mQ = mQ_0 + \Sigma m\Delta Q_d + \Sigma m\Delta Q_i$$

$$H = H_0 + \Sigma m\Delta Q_d - \Sigma m\Delta Q_i$$

Adunand si apoi scazand aceste relatii se obtine:

$$H + mQ = (H_0 + mQ_0) + 2\Sigma m\Delta Q_d$$

$$H - mQ = (H_0 - mQ_0) - 2\Sigma m\Delta Q_i$$

in care $(H_0 \pm mQ_0)$ sunt constante.

Astfel, expresia $(H+mQ)$ are "caracter" de unda directa iar expresia $(H-mQ)$, "caracter" de unda inversa; acestea nu sunt unde reale (fizice) ci unde imaginare adica expresii matematice care se mentin constante in anumite conditii.

Mai precis, expresia $H+mQ$ este constanta pentru unde care se deplaseaza in directia positiva (unde de calcul directe) iar expresia $H-mQ$ este constanta pentru unde inverse (unde de calcul inverse).

Cu alte cuvinte, un "observator" care se deplaseaza in directia positiva cu viteza c (viteza de propagare a undelor fizice) va "observa" valori diferite pentru H si Q dar aceeasi valoare pentru expresia $H+mQ$; si, la fel, pentru un "observator" care se deplaseaza in directia negativa (cu aceeasi viteza c a undelor fizice) si pentru expresia $H-mQ$.

Aceasta proprietate a celor doua expresii $(H \pm mQ)$ de a fi constante in conditiile aratate mai sus, este utilizata curent pentru rezolvarea problemelor oricat de complicate de lovitura de berbec deoarece permite sa se dezvolte modele matematice deosebit de eficiente folosind diferentele finite.

In prezent, sistemele de ecuatii algebrice care rezulta din aplicarea practica a acestor modele matematice se rezolva numeric gratie calculatoarelor electronice performante dar in trecut cand calculatoarele nu existau s-au folosit metode grafice sau mixte (grafice si numerice); astfel, este bine cunoscuta metoda Schyder-Bergeron care insa in prezent este depasita.

In continuare se vor expune numai metode numerice.

Cu referire la figura 14, M, N si K sunt trei puncte pe o conducta unifilara, puncte alese astfel incat:

$$MK = c_{MK} \cdot \Delta t$$

$$NK = c_{NK} \cdot \Delta t$$

unde c_{MK} si c_{NK} sunt celeritatile medii pe cele doua sectoare (MK si NK) iar Δt este pasul de calcul cunoscut (impus sau dedus din anumite conditii), folosit in metoda diferentelor finite.

Cunoscand situatia (H si Q) in punctele M si N la un moment dat t, este posibil sa se calculeze situatia in punctul K la momentul urmator adica $t+\Delta t$, scriind urmatoarele ecuatii, in conformitate cu proprietatile expuse mai sus ale undelor de calcul:

$$(H + mQ)_{t,M} = (H + mQ)_{t+\Delta t,K}$$

$$(H - mQ)_{t,N} = (H - mQ)_{t+\Delta t,K}$$

adica

$$H_{t,M} + m_{MK} \cdot Q_{t,M} = H_{t+\Delta t,K} + m_{MK} \cdot Q_{t+\Delta t,K}$$

$$H_{t,N} - m_{NK} \cdot Q_{t,N} = H_{t+\Delta t,K} - m_{NK} \cdot Q_{t+\Delta t,K}$$

unde m_{MK}, m_{NK} sunt rezistentele de unda ale sectoarelor MK si NK, indicii $t, t+\Delta t$ arata momentul (timpul) iar indicii M, N sau K arata punctul din spatiu.

Marimile din membrii stangi ai celor doua ecuatii sunt cunoscute deoarece se presupune ca situatia la momentul t este cunoscuta; de aceea, expresiile din membrii stangi (cunoscute) se noteaza:

$$H_{t,M} + m_{MK} \cdot Q_{t,M} = RS(M)$$

$$H_{t,N} + m_{NK} \cdot Q_{t,N} = SP(N)$$

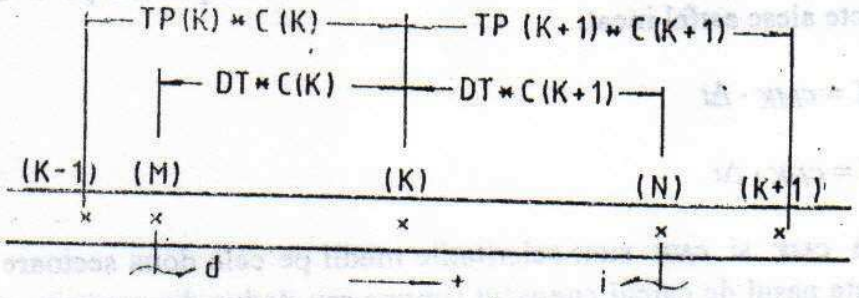


Fig. 14

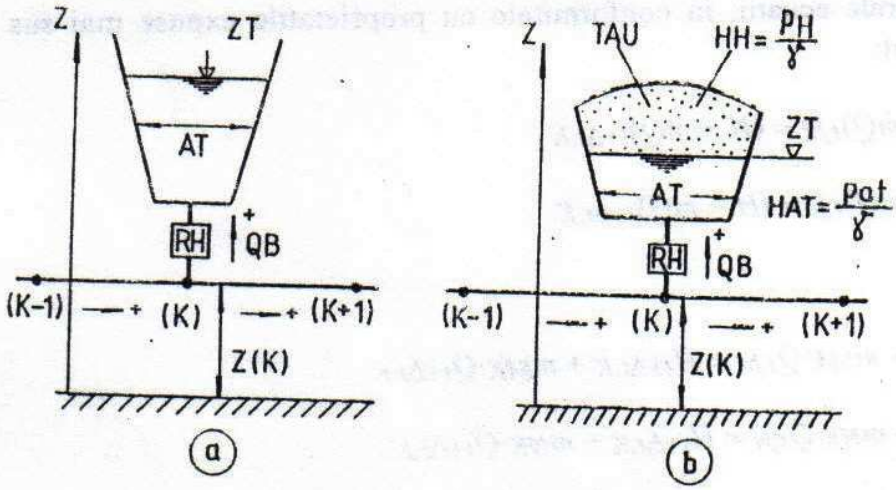


Fig. 15

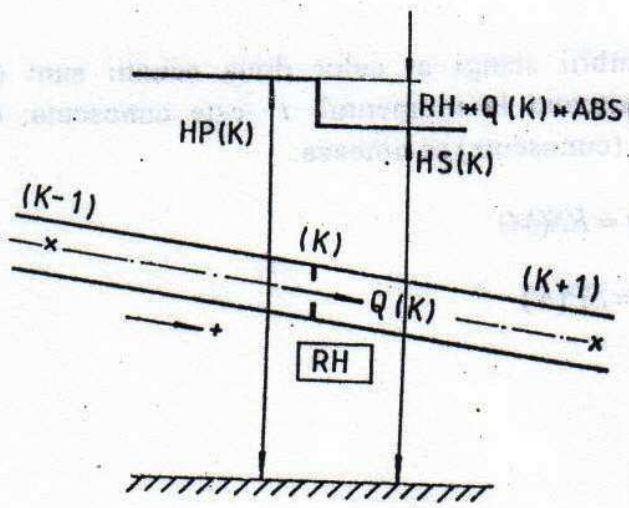


Fig. 16

Aici si in continuare, pentru denumirile diferitelor variabile s-au folosit regulile din limbajele de programare ale calculatoarelor electronice (o succesiune de litere si cifre incepand cu o litera, indicii intre paranteze etc.)

Marimile din membrii drepti ai celor doua ecuatii sunt $H_{t+\Delta t,K}$ si $Q_{t+\Delta t,K}$ adica valorile necunoscute ale cotei piezometrice si debitului la momentul urmator in punctul K; acestea vor fi notate mai simplu $H(K)$ si $Q(K)$ fara indicele de timp.

Pe de alta parte, in cazul general, la stanga si la dreapta fiecarui punct pot exista valori diferite pentru H si Q (adica "inainte" si "dupa" nod). Adaugand litera P (de la "prim") pentru valorile dinainte de nod si litera S (de la "secund") pentru valorile de dupa nod (respectand directia pozitiva aleasa initial in mod arbitrar) rezulta necunoscutele:

$$HP(K)\ ;\ HS(K)\ ;\ QP(K)\ ;\ QS(K)$$

si ecuatiile

$$HP(K)+RU(K)*QP(K)=RS(K-1)$$

$$HS(K)-RU(K+1)*QS(K)=SP(K+1)$$

unde

$$RS(K-1) \equiv RS(M)$$

$$SP(K+1) \equiv SP(N)$$

Punctele $K-1$, K ,$K+1$ sunt punctele retelei spatiale de calcul adica punctele in care sunt de fapt cunoscute, la momentul initial t, valorile debitului si cotei piezometrice (inainte si dupa nod).

De aceea, mai intai este necesar sa se deduca valorile din punctul M prin interpolare intre $K-1$ si K si respectiv valorile din punctul N, prin interpolare intre K si $K+1$ cu relatii de tipul

$$\frac{H(M)-HP(K)}{HS(K-1)-HP(K)}=\frac{DT}{TP(K)}$$

$$\frac{Q(M)-QP(K)}{QS(K-1)-QP(K)}=\frac{DT}{TP(K)}$$

$$\frac{HS(K)-H(N)}{HS(K)-HP(K+1)}=\frac{DT}{TP(K+1)}$$

$$\frac{QS(K)-Q(N)}{QS(K)-QP(K+1)}=\frac{DT}{TP(K+1)}$$

Din aceste ecuatii se pot deduce $H(M)$, $Q(M)$, $H(N)$ si $Q(N)$ si apoi se pot calcula expresiile

$$RS(K-1)=RS(M)=H(M)+RU(K)*Q(M)$$

$$SP(K+1)=SP(M)=H(N)-RU(K+1)*Q(N)$$

(pentru momentul initial t)

In toate expresiile de mai sus, rezistenta de unda m s-a notat cu RU iar indicele (din paranteza) reprezinta nodul de la sfarsitul sectorului considerat; astfel, sectorul $(K-1,K)$ e notat cu (K) iar sectorul $(K,K+1)$, cu $(K+1)$; $TP(K)$, $TP(K+1)$ reprezinta timpul de propagare pe cele doua sectoare iar $DT \equiv \Delta t$ reprezinta pasul de calcul in timp.

Pentru a asigura stabilitatea procesului de calcul, este necesar sa fie indeplinita conditia :

$$DT \leq TP(K)$$

pentru toate sectoarele (pentru orice K).

Aceasta relatie este cunoscuta sub numele de conditie a lui Courant si este demonstrata in analiza numerica.

Expresiile $RS(K-1)$ si $SP(K+1)$ sunt cunoscute si sub numele de "unde de calcul" sau "invarianti Riemann" deoarece pastreaza valori constante pentru "observatori" care se deplaseaza cu viteza undelor fizice in directia pozitiva si, respectiv, negativa.

Relatiile furnizate de undele de calcul

$$HP(K)+RU(K)*QP(K)=RS(K-1)$$

$$HS(K)-RU(K+1)*QS(K+1)=SP(K+1)$$

formeaza un sistem de doua ecuatii cu patru necunoscute: *HP(K), HS(K), QP(K) si QS(K)*; acest sistem trebuie completat cu alte ecuatii, exprimand alte conditii impuse in nodul *K*.

Asa cum s-a mai aratat si cum rezulta si din demonstratia facuta, aceste relatii sunt valabile in absenta pierderilor de sarcina. Efectul acestora va putea fi considerat numai "concentrat" in anumite noduri speciale.

Mai jos se descriu cateva tipuri de nod folosite in mod uzual.

Nodul simplu (figura 14)

Este cazul jonctiunii a doua conducte identice sau diferite dar neglijand pierderea de sarcina locala care ar putea, eventual, sa apara; cele doua conducte pot insa sa aiba rezistente de unda diferite fie ca urmare a schimbarii de diametru fie ca urmare a modificarii elasticitatii conductei (si respectiv a celeritatii).

Conditiile suplimentare specifice sunt:

$$QP(K)=QS(K)=Q(K)$$

$$HP(K)=HS(K)=H(K)$$

Rezolvand sistemul de ecuatii rezulta:

$$Q(K) = QP(K) = QS(K) = \frac{RS(K-1) - SP(K+1)}{RU(K) + RU(K+1)}$$

$$HP(K)=RS(K-1)-RU(K)*QP(K)=HS(K)=SP(K-1)+RU(K+1)*QS(K)$$

Nodul cu ramificatie (figura 15) introduce in plus ecuatia de continuitate

$$QP(K) = QS(K)+QB$$

adica o noua ecuatie dar si o noua necunoscuta; exista de asemenea conditia:

$$HP(K)=HS(K)=H(K)$$

Pentru a inchide sistemul, celelalte ecuatii depind de tipul de dispozitiv "montat" pe ramificatie.

Pentru cazul unui castel de echilibru (fig. 15.a.) aceste ecuatii sunt:

$$H(K)-ZT=RH*QB*ABS(QB)$$

$$QB*DT = AT(ZT)*DZT$$

Prima ecuatie introduce pierderea de sarcina locala pe bransamentul care leaga caselul la conducta principala; *RH*, notat in mod obisnuit cu *M*, reprezinta modulul rezistentei hidraulice a bransamentului.

A doua este o ecuatie de continuitate: volumul de apa care intra in castel in timpul *DT* trebuie sa fie egal cu cu volumul acumulat in castel; *AT(ZT)* este aria sectiunii transversale (orizontale) a castelului care depinde de nivelul apei din castel *ZT*; $DZT = ZT_f - ZT_i$ reprezinta variatia nivelului apei in castel (valoarea initiala ZT_i este cunoscuta iar cea finala, ZT_f, este necunoscuta).

In cazul unui hidrofor (rezervor sau camera de aer) (figura 15.b.) exista relatiile:

$$H(K)-(ZT+HH)=RH*QB*ABS(QB)$$

$$QB*DT=AT(ZT)*DZT$$

la care se adauga ecuatia de stare pentru aerul din hidrofor:

$$(HAT+HH)*TAU**RNH=CONST$$

unde *HAT+HH* este presiunea exprimata in scara barometrica (in coloana de apa echivalenta), *TAU* este volumul pernei de aer si *RNH*, notat in mod obisnuit cu *n*, este coeficientul transformarii "politropice" a gazelor perfecte; constanta *CONST* are valoarea aceleiasi expresii dar calculata la inceputul fenomenului, cu valorile initiale pentru *HH* si *TAU*.

Vana sau orificiu. (figura 16)

De fapt, este vorba de cazul pierderilor de sarcina concentrate (locale) provocate, de regula, prin modificarea sectiunii de curgere. Modulul rezistentei hidraulice a fost notat cu *RH* iar ecuatiile suplimentare, necesare pentru a inchide sistemul, sunt:

$$QP(K) = QS(K) = Q(K)$$

$$HP(K) - HS(K) = RH * Q(K) * ABS(Q(K))$$

unde, evident, *RH* poate avea valori variabile atat in spatiu (pentru diferite puncte) cat si in timp (pentru un punct dat).

Impreuna cu cele doua relatii "de unda" se obtine un sistem de trei ecuatii cu trei necunoscute, adica *Q(K)*, *HP(K)* si *HS(K)*, care conduc la o singura ecuatie de tipul

$$A * Q * ABS(Q) + B * Q + C = 0$$

unde

$$A = RH$$

$$B = RU(K) + RU(K+1)$$

$$C = SP(K+1) - RS(K-1)$$

$$Q = Q(K) ;$$

aceasta ecuatie are o solutie unica si anume

$$Q = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4A|C|}}{2A} SIGN(C)$$

Apoi, in mod evident,

$Q(K) = QP(K) = QS(K) = Q$ si, respectiv,

$$HP(K) = RS(K-1) - RU(K) * QP(K)$$

$HS(K)=SP(K+1)+RU(K+1)*QS(K)$;

$SIGN(C)$ reprezinta semnul lui C iar $ABS(Q)$ reprezinta valoarea absoluta a lui Q, adica valoarea fara semn.

Aceasta situatie poate fi una reala, atunci cand vana sau orificiul exista intr-adevar, dar adesea ea reprezinta numai o "modalitate" de a prinde in calcul efectul pierderilor de sarcina liniare (distribuite in lungul conductelor) prin "concentrarea" lor in asemenea puncte.

Acest procedeu consta in introducerea in schema de calcul a unor orificii fictive care produc o pierdere de sarcina locala egala (echivalenta) cu pierderea de sarcina liniara de pe sectoarele de conducta adiacente; cu alte cuvinte, modulul rezistentei hidraulice (RH) al unui astfel de orificiu fictiv este egal cu cel al sectoarelor de conducta pe care orificiul le inlocuieste.

Acest caz este util de asemenea pentru calculul efectelor pe care le produce inchiderea lenta a unor vane; in acest caz, rezistenta hidraulica RH se va modifica in timp, in concordanta cu legea si timpul de inchidere (cunoscute) ale vanei.

Rezervorul cu nivel constant (figura 17.a.) impune conditiile:

$QP(K)=QS(K)=Q(K)$

$HP(K)=HS(K)=H(K)=H0$

care se adauga la o singura relatie de unda (unda inversa pentru cazul din figura), respectiv

$H(K)-RU(K+1)*Q(K)=SP(K+1)$.

Astfel rezulta

$$Q(K)=\frac{H0-SP(K+1)}{RU(K+1)}$$

Conducta inchisa (figura 17.b.) impune conditia $QP(K)=0$; $HS(K)$, $QS(K)$ nu exista iar singura unda de calcul este una directa care furnizeaza relatia

$HP(K)+RU(K)*QP(K)=RS(K-1)$

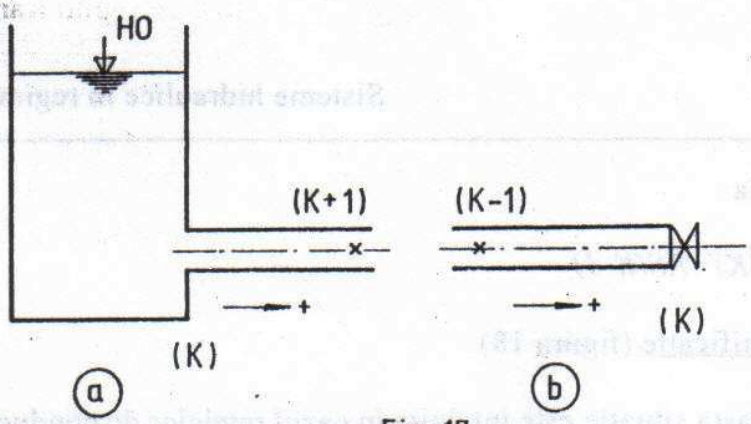


Fig. 17

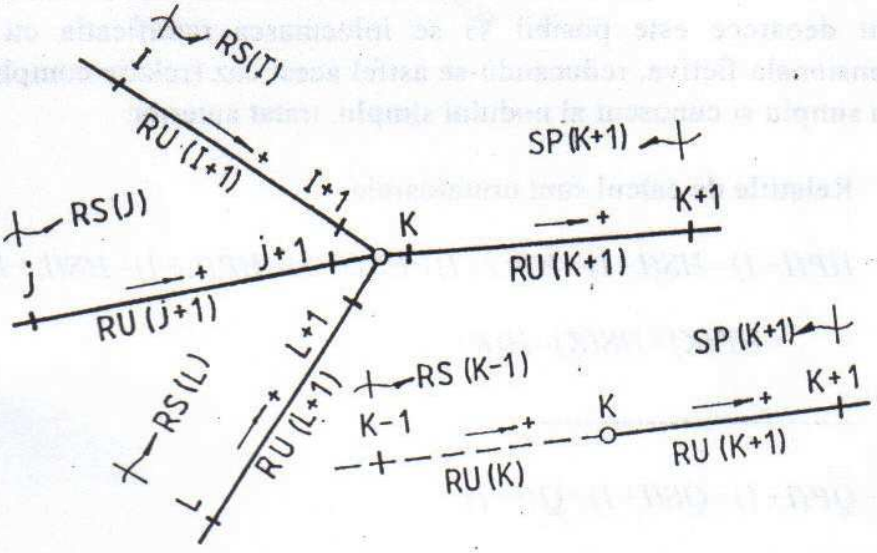


Fig. 18

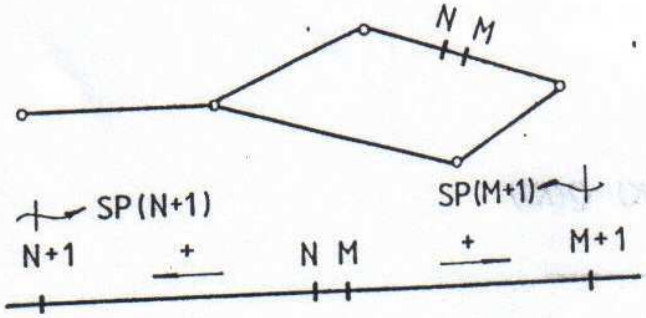


Fig. 19

adica

$HP(K)=RS(K-1)$

Ramificatie (figura 18).

Aceasta situatie este intalnita in cazul retelelor de conducte.

Relatiile folosite aici sunt, in principal, cele furnizate de "undele de calcul" si, de asemenea, relatiile de continuitate la ramificatie. Dar acest caz este interesant deoarece este posibil sa se inlocuiasca ramificatia cu o conducta uni-dimensionala fictiva, reducandu-se astfel acest caz (relativ complicat) la cazul mult mai simplu si cunoscut al nodului simplu, tratat anterior.

Relatiile de calcul sunt urmatoarele:

$$HP(I+1)=HS(I+1)=HP(J+1)=HS(J+1)=HP(L+1)=HS(L+1)=$$

$$=\ldots=HP(K)=HS(K)=H(K)$$

$$QP(I+1)=QS(I+1)=Q(I+1)$$

$$QP(J+1)=QS(J+1)=Q(J+1)$$

$$QP(L+1)=QS(L+1)=Q(L+1)$$

.

.

.

$$QP(K)=QS(K)=Q(K))$$

$$Q(I+1)+Q(J+1)+Q(L+1)+\ldots=Q(K)$$

$$H(K)+RU(I+1)*Q(I+1)=RS(I)$$

$$H(K)+RU(J+1)*Q(J+1)=RS(J)$$

$$H(K)+RU(L+1)*Q(L+1)=RS(L)$$

.

.

.

$$H(K)-RU(K+1)*Q(K)=SP(K+1)$$

Aceste relatii sunt valabile pe schema din figura 18 adica daca se considera ca una din conducte $(K,K+1)$ "paraseste" ramificatia si toate celelalte $(I,I+1)$, $(J,J+1)$, $(L,L+1)$, ... "vin" catre ramificatie; se reaminteste ca sensul crescator al numerotarii nodurilor defineste si sensul pozitiv (definit in mod arbitrar) pentru tronsonul respectiv.

Se poate demonstra ca toate conductele care "vin" catre ramificatie pot fi inlocuite in calcul printr-o singura conducta fictiva, notata $(K-1,K)$ prin introducerea nodului fictiv $(K-1)$; in felul acesta, orice nod de ramificatie poate fi inlocuit in calcule prin cazul cunoscut al nodului simplu de pe conducta uni-dimensionala. Caracteristicile tronsonului fictiv $(K-1,K)$, adica $RU(K)$, si a nodului fictiv, adica $RS(K-1)$, se deduc din relatiile de mai sus dupa cum urmeaza.

Din relatiile de mai sus se obtine:

$$Q(I+1)=\frac{RS(I)-H(K)}{RU(I+1)}$$

$$Q(J+1)=\frac{RS(J)-H(K)}{RU(J+1)}$$

$$Q(L+1)=\frac{RS(L)-H(K)}{RU(L+1)}$$

Adunand aceste egalitati,

$$Q(K)=\left[\frac{RS(I)}{RU(I+1)}+\frac{RS(J)}{RU(J+1)}+\frac{RS(L)}{RU(L+1)}+\dots\right] - H(K)*\left[\frac{1}{RU(I+1)}+\frac{1}{RU(J+1)}+\frac{1}{RU(L+1)}+\dots\right]$$

si notand

$$\frac{1}{RU(K)}=\frac{1}{RU(I+1)}+\frac{1}{RU(J+1)}+\frac{1}{RU(L+1)}+\dots$$

$$\frac{RS(K-1)}{RU(K)}=\frac{RS(I)}{RU(I+1)}+\frac{RS(J)}{RU(J+1)}+\frac{RS(L)}{RU(L+1)}+\dots$$

rezulta

$$Q(K)=\frac{RS(K-1)}{RU(K)}-\frac{H(K)}{RU(K)}$$

si

$$H(K)+RU(K)*Q(K)=RS(K-1) \qquad Q.E.D.$$

In modelele matematice, aceasta proprietate permite sa se conceapa algoritmi deosebit de eficienti prin inlocuirea situatiilor complicate pe care le reprezinta ramificatiile cu situatia mult mai simpla care este conducta uni-dimensionala; cu alte cuvinte, o retea ramificata poate fi "redusa" (pen calcul) la cazul unei conducte simple.

Nod de taietura (figura 19).

O "taietura" reprezinta un artificiu care se face atunci cand reteaua cuprinde si inele (pentru retelele inelare si cele mixte).

Daca se efectueaza cate o taietura a unei artere pentru fiecare inel al retelei atunci aceasta devine o retea ramificata (fara inele) si, folosind artificiul prezentat anterior, la nodul de ramificatie, acest caz si mai complicat poate fi redus in final tot la cazul foarte simplu al conductei unifilare.

Ca rezultat al unei taieturi se formeaza doua noduri "asociate", fiecare dintre ele fiind un capat de retea (in cadrul arborelui retelei ramificate). Adoptand numerotarea (si implicit sensurile pozitive) din figura 19, se pot scrie urmatoarele relatii:

$$QP(M) = QS(M) = Q(M)$$

$$QP(N) = QS(N) = Q(N)$$

$$Q(M) = -Q(N)$$

$$HP(M) = HS(M) = H(M) = HP(N) = HS(N) = H(N)$$

$$H(N) - RU(N+1) * Q(N) = SP(N+1)$$

$$H(M) - RU(M+1) * Q(M) = SP(M+1)$$

Rezolvand acest sistem de ecuatii rezulta:

$$Q(M) = \frac{SP(N+1) - SP(M+1)}{RU(N+1) + RU(M+1)}$$

Exista multe alte tipuri de "dispozitive" care, "instalate" in noduri, introduc in calcule conditiile impuse in nodurile respective; unul din cazurile intalnite frecvent este cazul pompelor care este insa prea complicat pentru a fi tratat aici.

In incheierea acestui paragraf se va descrie una din facilitatile pe care le prezinta programele de calcul ale loviturii de berbec.

Este cunoscut faptul ca orice miscare nepermanenta, caracterizata prin variatii in timp ale presiunii si debitului, tinde asimptotic, datorita amortizarilor prin frecare, catre starea de regim permanent corespunzatoare conditiilor la limita exitente (in aceasta stare, variatiile de presiune si de debit sunt nule).

Dispunand de un program pentru calculul loviturii de berbec si ruland acest program un timp suficient de mare, datorita frecarilor, variatiile de presiune diminueaza treptat, tinzand catre zero, iar situatia care se obtine reprezinta chiar situatia de regim permanent corespunzatoare conditiilor la limita impuse prin programul respectiv.

Este un alt mod de calcul prin aproximatii succesive al situatiei de regim permanent intr-o retea de conducte.

Mai jos se expun cateva idei care permit sa se atinga mai rapid regimul de miscare permanenta, scurtandu-se astfel timpul de rulare pe calculator.

Ideea de baza este aceea ca atenuarea pulsatiilor (de presiune, de debit etc.) depinde de marimea coeficientilor de pierdere de sarcina: coeficienti mai mari trebuie sa asigure o atenuare mai rapida dar cresterea artificiala a coeficientilor de pierdere de sarcina nu trebuie sa modifice distributia debitelor si valoarea presiunilor in retea. De aceea, mai jos se vor analiza aceste influente.

Intr-o retea de forma oarecare (retea mixta), in regim permanent trebuie sa fie satisfacute urmatoarele tipuri de ecuatii:

- pentru fiecare nod

$$\Sigma Q_i = 0$$

- pentru fiecare inel

$$\Sigma M_i Q_i |Q_i| = 0$$

- pentru fiecare "traseu" care leaga doua capete ale unor ramuri (intr-o retea ramificata sau mixta) si in care cotele piezometrice sunt cunoscute (H_α *si* H_ω)

$$H_\alpha - H_\omega = \Sigma M_i Q_i |Q_i|$$

Ecuatiile de mai sus sunt valabile cu anumite conventii de semne care nu au, acum, importanta.

Sa presupunem ca fiecare modul de rezistenta M_i se amplifica cu acelasi coeficient notat cu n.

Primul tip de ecuatie nu contine M_i si astfel cresterea lui nu are nici o influenta.

In ecuatia a doua

$$\Sigma n \cdot M_i \cdot Q_i \cdot |Q_i| = n \cdot \Sigma M_i \cdot Q_i \cdot |Q_i|$$

si astfel, noua ecuatie

$$\Sigma n \cdot M_i \cdot Q_i \cdot |Q_i| = 0$$

este identica cu cea initiala

$$\Sigma M_i \cdot Q_i \cdot |Q_i| = 0$$

si modificarea lui M_i nu are nici o influenta.

In ecuatia a treia, pentru a obtine o noua ecuatie identica cu cea originala, este necesar sa se multiplice cu acelasi coeficient n si cele doua cote piezometrice, H_α *si* H_ω ; atunci

$$n(H_\alpha - H_\omega) = n\Sigma M_i \cdot Q_i \cdot |Q_i|$$

este identica cu

$$H_\alpha - H_\omega = \Sigma M_i \cdot Q_i \cdot |Q_i|$$

Astfel, metoda de diminuare a timpului de calcul consta in amplificarea tuturor modulilor de rezistenta M_i cu acelasi factor n si, daca reteaua este mixta, cu acelasi factor n trebuie multiplicate si toate cotele piezometrice cunoscute de la capetele ramificatiilor.

In acest fel, se obtine o distributie a debitelor identica cu cea reala (fara cresterea modulilor de rezistenta M_i); daca unele cote piezometrice au fost multiplicate cu n, toate cotele piezometrice vor rezulta de asemenea multiplicate cu n si, pentru a obtine solutia corecta, toate cotele piezometrice trebuie impartite cu n.

Un avantaj al acestei proceduri consta in posibilitatea folosirii aceluiasi program si pentru calculul loviturii de berbec propriu-zise si pentru calculul situatiei initiale de la care porneste acest calcul, fara a fi necesara folosirea unui program special si nici transferul datelor de la un program la celalalt.

5.1.3. Miscari de oscilatie in masa.

Daca modificarea conditiilor la limiata se face foarte lent (de exemplu, timpul de inchidere al unei vane este foarte lung), timpul de propagare al undelor fizice este, comparativ, foarte scurt; aceasta situatie este echivalenta unei viteze de propagare foarte mari, adica

$$c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} \to \infty$$

adica $\varepsilon \to \infty$ sau $\beta = \frac{1}{\varepsilon} \to 0$, adica un fluid incompresibil (aici β este coeficientul de compresibilitate).

Pe de alta parte, este cunoscut ca in aceste cazuri variatiile de presiune sunt mici si astfel se pot neglija variatiile de densitate, adica ρ=const. ceeace inseamna tot "fluid incompresibil".

De aceea, miscarile nepermanente lent variabile pot fi studiate pe modelul simplificat al fluidului incompresibil, in care compresibilitatea fluidului este neglijata.

Viteza de propagare infinita inseamna o deplasare practic instantanee a unei perturbatii din orice punct al retelei in toata reteaua. Ca urmare, intr-o conducta simpla (fara ramificatii), debitul trebuie sa fie constant pe toata lungimea acesteia.

Aceasta proprietate se poate deduce de asemenea si din ecuatia de continuitate, scrisa pentru un tub de curent (cazul unei conducte):

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = 0$$

care devine (pentru $\rho = const.$):

$$\frac{\partial Q(s,t)}{\partial s} + \frac{\partial A(s,t)}{\partial t} = 0 ;$$

si, daca sectiunea transversala A e presupusa a fi constanta cu timpul, adica $A=const(t)$ si $\frac{\partial A}{\partial t}=0$ (ca rezultat al variatiilor mici de presiune si/sau a elasticitatii mici - rigiditatii mari - a conductei) atunci:

$$\frac{\partial Q(s,t)}{\partial s}=0$$

sau

$$Q(s,t)=const.(s)$$

adica, la un moment dat, debitul este constant de-a lungul conductei si el se poate modifica numai cu timpul: $Q=Q(t)$.

Ecuatia energiilor (Bernoulli), care exprima principiul conservarii energiei, pentru miscari nestationare trebuie completata cu energia mecanica E_{t12} necesara pentru accelerarea masei de fluid dintre sectiunea de intrare "*1*" si sectiunea de iesire "*2*", adica

$$E_{p1}+E_{c1}=E_{p2}+E_{c2}+E_{r12}+E_m+E_{t12}.$$

Aici,

$E_{p1}=\gamma Q(z+\frac{p}{\gamma})_1$ este fluxul energiei potentiale care intra in volumul de control;

$E_{c1}=\gamma Q\frac{\alpha V_1^2}{2g}$ este fluxul energiei cinetice care intra in volumul de control;

$E_{p2}=\gamma Q(z+\frac{p}{\gamma})_2$ este fluxul energiei potentiale care paraseste volumul de control;

$E_{c2}=\gamma Q\frac{\alpha V_2^2}{2g}$ este fluxul energiei cinetice care paraseste volumul de control;

$E_{r12}=\gamma Q h_{r12}.$ este fluxul energiei disipate prin lucrul mecanic al fortelor de frecare (de viscozitate) intre sectiunile "*1*" si "*2*";

$E_m=\gamma Q H_m$ este fluxul de energie prin masinile hidraulice ($H_m=H_T>0$ pentru turbine si $H_m=-H_p<0$ pentru pompe);

$E_{t12} = \gamma \cdot Q \cdot \frac{\beta}{g} \cdot \int_1^2 \frac{\partial V}{\partial t} ds = \gamma \cdot Q \cdot \frac{\beta L_{12}}{g A_{12}} \cdot \frac{dQ}{dt}$ este fluxul energiei pentru accelerarea masei de fluid.

Ultimul termen va fi demonstrat mai jos deoarece nu a fost explicat in cursul general de Hidraulica si Mecanica Fluidelor unde s-a tratat numai regimul de miscare permanent.

Energia necesara pentru accelerarea masei de fluid din volumul de control delimitat de peretele conductei si de cele doua sectiuni ("*1*" si "*2*") este egal cu variatia energiei cinetice a acestei mase intr-un interval de timp dat, adica

$$E_{t12} = \frac{\partial E_c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \int_1^2 dm \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \int_1^2 \rho \cdot d\tau \cdot \frac{v^2}{2} =$$
$$= \frac{\partial}{\partial t} \cdot \int_1^2 \rho \cdot dA \cdot ds \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \int_1^2 \rho \cdot ds \int_A \frac{v^2}{2} dA$$

Asa cum se stie deja

$$\int_A v^2 \cdot dA = \beta \cdot A \cdot V^2$$

unde v este viteza locala , $V = \frac{Q}{A}$ este viteza medie si (aici)

$$\beta = \frac{1}{A} \int_A k^2(M) dA \qquad k = \frac{v(M)}{V}$$

($\beta > 1$, valoarea lui depinzand de distributia de viteze in sectiune transversala).

Astfel,

$$E_{t12} = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \int_1^2 \rho \, ds \cdot \frac{V^2}{2} \cdot A \cdot \beta = \int_1^2 \beta \, \rho \, A \, ds \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{V^2}{2}\right) =$$
$$= \int_1^2 \beta \, \rho \, V A \cdot \frac{\partial V}{\partial t} ds = \int_1^2 \beta \, \rho \cdot Q \cdot \frac{\partial V}{\partial t} ds =$$
$$= \beta \, \rho \, Q \int_1^2 \frac{\partial V}{\partial t} ds = \gamma \, Q \, \frac{\beta}{g} \int_1^2 \frac{\partial V}{\partial t} ds.$$

deoarece β,ρ si A nu depind de timp (t) iar β,ρ si Q nu depind de spatiu (s).

Pentru cazul obisnuit al conductelor cu sectiunea A constanta pe toata lungimea (conducta simpla), $V = \frac{Q}{A}$ si A nedepinzand de variabila de integrare s, acest termen poate fi scris:

$$E_{t12} = \gamma Q \frac{\beta}{g A_{12}} \int_1^2 \frac{\partial Q}{\partial t} ds$$

si, pentruca Q depinde numai de timp,

$$E_{t12} = \gamma Q \frac{\beta}{g A_{12}} \frac{dQ}{dt} \int_1^2 ds = \gamma Q \frac{\beta L_{12}}{g A_{12}} \frac{dQ}{dt}$$

unde L_{12} si A_{12} sunt lungimea si aria sectiunii transversale a conductei *1-2*.

Ecuatia energiilor (sau relatia lui Bernoulli) pentru o conducta simpla ia in final forma:

$$(z + \frac{p}{\gamma})_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = (z + \frac{p}{\gamma})_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{r12} + \frac{\beta L_{12}}{g A_{12}} \frac{dQ}{dt} + H_m$$

unde Q este functie numai de timp $Q(t)$; pe scurt:

$$H_1 = H_2 + h_{r12} + \frac{\beta L_{12}}{g A_{12}} \frac{dQ}{dt} + H_m$$

unde $H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha V^2}{2g}$ este cota energetica (totala) care se aproximeaza adesea cu

$H_p = z + \frac{p}{\gamma}$ (adica cu cota piezometrica) atunci cand termenul cinetic $\frac{\alpha V^2}{2g}$ poate fi neglijat.

Cazul conductelor in serie (avand toate acelasi debit) poate fi redus la cazul conductei simple dupa cum urmeaza.

Pentru conductele simple *12, 23, 34, ...* care compun sistemul in serie:

$$H_1 = H_2 + M_{12} Q^2 + \frac{\beta L_{12}}{g A_{12}} \frac{dQ}{dt}$$

$$H_2 = H_3 + M_{23} Q^2 + \frac{\beta L_{23}}{g A_{23}} \frac{dQ}{dt}$$

$$H_3 = H_4 + M_{34} Q^2 + \frac{\beta L_{34}}{g A_{34}} \frac{dQ}{dt}$$

Adunand aceste relatii

$$H_1 = H_n + (M_{12} + M_{23} + M_{34} + \ldots)Q^2 + \\ + \frac{\beta}{g}\left(\frac{L_{12}}{A_{12}} + \frac{L_{23}}{A_{23}} + \frac{L_{34}}{A_{34}} + \ldots\right)\frac{dQ}{dt}$$

si notand

$$M_{1n} = M_{12} + M_{23} + M_{34} + \ldots = \sum_{1}^{n} M_{ij}$$

$$\frac{L_{1n}}{A_{1n}} = \frac{L_{12}}{A_{12}} + \frac{L_{23}}{A_{23}} + \frac{L_{34}}{A_{34}} + \ldots = \sum_{1}^{n}\frac{L_{ij}}{A_{ij}}$$

modulul echivalent al rezistentei hidraulice si respectiv raportul L/A echivalent, rezulta

$$H_1 = H_n + M_{1n} \cdot Q^2 + \frac{\beta}{g}\frac{L_{1n}}{A_{1n}}\frac{dQ}{dt}$$

adica relatia pentru o conducta simpla.

Din pacate nu este posibil sa se obtina relatii de echivalenta si pentru cazul conductelor in paralel, ca in cazul regimurilor permanente.

Modelul fluidului incompresibil este folosit curent in cazul sistemelor hidraulice echipate cu castele de echilibru sau cu rezervoare de aer (hidrofoare) deoarece aceste dispozitive au proprietatea de a transforma chiar si un regim rapid variabil intr-unul lent variabil, fapt pentru care ele sunt folosite adesea ca mijloace de protectie impotriva efectelor negative ale loviturii de berbec.

Unul sau mai multe asemenea dispozitive pot fi plasate in lungul unui sistem hidraulic care, in general, poate avea orice forma: retele uni-dimensionale, ramificate, inelare sau mixte pentru centrale hidro-electrice sau pentru alimentarea cu apa prin pompare sau in sistem gravitational.

In figura 20, se da un exemplu de astfel de retea si, mai jos, se dau relatiile corespunzatoare.

E vorba de reteaua hidraulica ce alimenteaza o centrala hidro-electrica plasata in punctul *6* unde se afla turbina *T* si vana pentru reglajul de avarie *V* care debuseaza intr-un rezervor aval; reteaua este alimentata din doua rezervoare superioare plasate in punctele *1* si *2*; in punctul *5* se afla castelul de echilibru

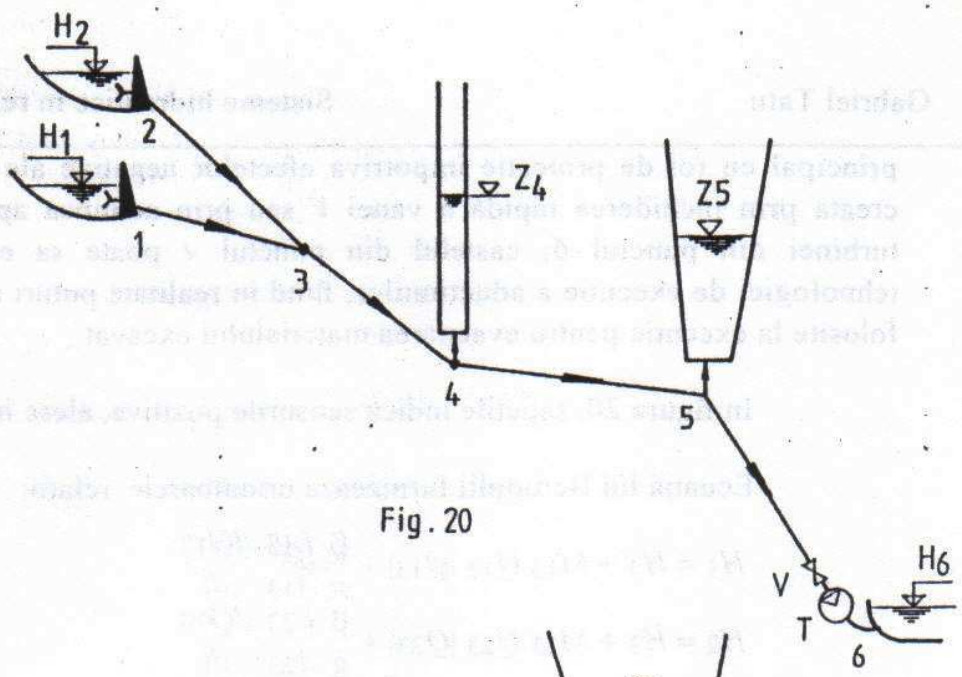


Fig. 20

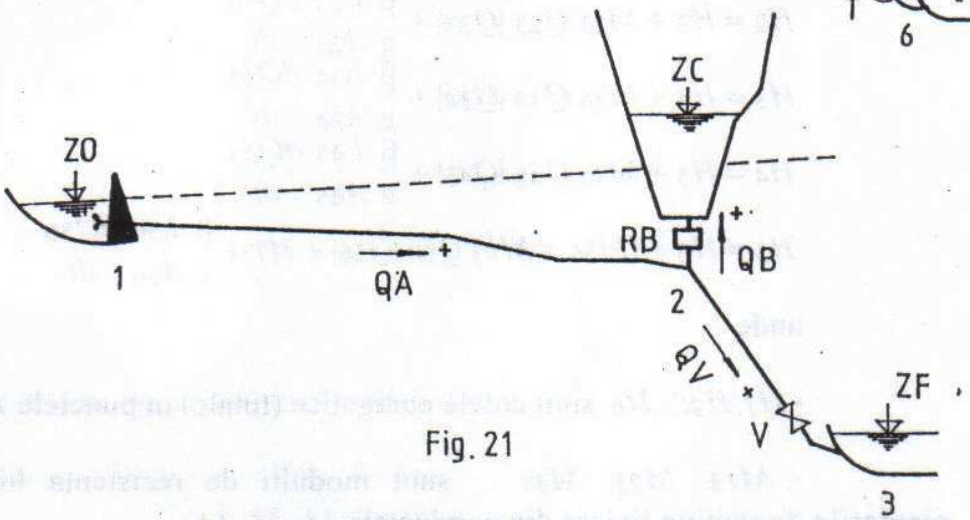


Fig. 21

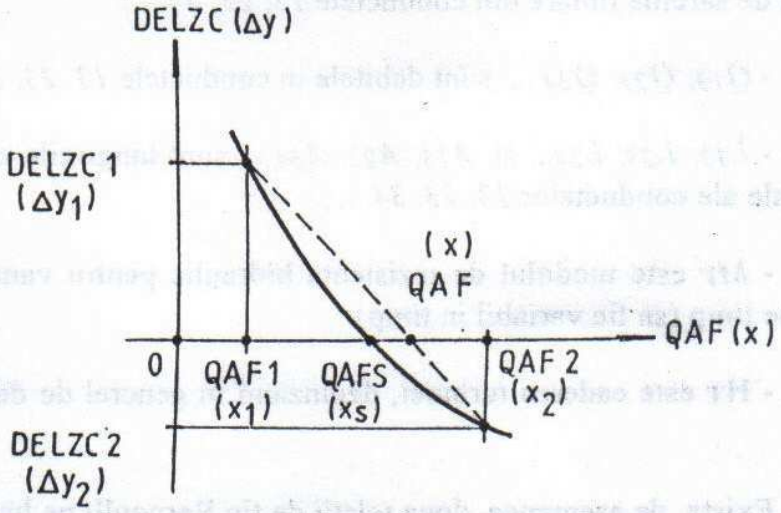


Fig. 22

principal cu rol de protectie impotriva efectelor negative ale loviturii de berbec creata prin inchiderea rapida a vanei *V* sau prin actiunea aparatului director al turbinei din punctul *6*; castelul din punctul *4* poate sa existe ca urmare a tehnologiei de executie a aductiunilor, fiind in realitate puturi sau galerii inclinate folosite la executie pentru evacuarea materialului excavat.

In figura 20, sagetile indica sensurile pozitive, alese in mod arbitrar.

Ecuatia lui Bernoulli furnizeaza urmatoarele relatii:

$$H_1 = H_3 + M_{13}\, Q_{13}\, |Q_{13}| + \frac{\beta}{g}\frac{L_{13}}{A_{13}}\frac{dQ_{13}}{dt}$$

$$H_2 = H_3 + M_{23}\, Q_{23}\, |Q_{23}| + \frac{\beta}{g}\frac{L_{23}}{A_{23}}\frac{dQ_{23}}{dt}$$

$$H_3 = H_4 + M_{34}\, Q_{34}\, |Q_{34}| + \frac{\beta}{g}\frac{L_{34}}{A_{34}}\frac{dQ_{34}}{dt}$$

$$H_4 = H_5 + M_{45}\, Q_{45}\, |Q_{45}| + \frac{\beta}{g}\frac{L_{45}}{A_{45}}\frac{dQ_{45}}{dt}$$

$$H_5 = H_6 + (M_{56} + M_V)\, Q_{56}\, |Q_{56}| + H_T + \frac{\beta}{g}\frac{L_{56}}{A_{56}}\frac{dQ_{56}}{dt}$$

unde

- $H_1; H_2; \ldots H_6$ sunt cotele energetice (totale) in punctele *1, 2, ... 6*;

- $M_{13}; M_{23}; M_{34}$ .... sunt modulii de rezistenta hidraulici pentru pierderile de sarcina liniare din conductele *13, 23, 34* ... .

- $Q_{13}; Q_{23}; Q_{34}$ ... sunt debitele in conductele *13, 23, 34* ...

- $L_{13}; L_{23}; L_{34}$... si $A_{13}; A_{23}; A_{34}$ ... sunt lungimile si ariile sectiunilor transversale ale conductelor *13, 23, 34* ... .

- M_V este modulul de rezistenta hidraulic pentru vana *V* care poate sa depinda de timp (sa fie variabil in timp);

- H_T este caderea turbinei, depinzand in general de debitul si de turatia acesteia.

Exista, de asemenea, doua relatii de tip Bernoulli pe bransamentele celor doua castele de echilibru in care insa se neglijeaza termenii de nepermanenta din cauza ca lungimile acestor bransamente sunt foarte mici:

$$H_4 = z_4 + M_4 Q_4 |Q_4|$$

$$H_5 = z_5 + M_5 Q_5 |Q_5|$$

unde M_4; M_5 si Q_4; Q_5 sunt respectiv modulii de rezistenta si debitele pe ramificatiile (bransamentele) care leaga cele doua castele la conducta principala.

Se scriu apoi relatiile de continuitate:

- in punctele de ramificatie (punctul *3*):

$$Q_{13} + Q_{23} = Q_{34}$$

- in punctele de bransament ale castelelor (punctele *4* si *5*):

$$Q_{34} = Q_4 + Q_{45}$$

$$Q_{45} = Q_5 + Q_{56}$$

- prin acumulare in castelele de echilibru:

$$Q_4 \cdot dt = dz_4 \cdot A_4$$

$$Q_5 \cdot dt = dz_5 \cdot A_5$$

unde A_4; A_5 sunt sectiunile transversale orizontale ale castelelor (care depind, in general de z_4 si respectiv z_5), Q_4; Q_5 sunt debitele pe bransamentele dintre castele si conducta principala iar dz_4; dz_5 sunt variatiile lui z_4; z_5 in timpul dt.

Sistemul de ecuatii care se obtine este intotdeauna "inchis", numarul de ecuatii fiind egal cu numarul necunoscutelor.

Daca, in locul castelelor de echilibru se afla camere de aer (hidrofoare), atunci sistemul de ecuatii trebuie completat cu legea de transformare a gazelor de tipul:

$p \cdot V^n = const.$ (aici V este volumul).

Pentru a rezolva practic acest sistem de ecuatii este necesar sa se foloseasca diferentele finite.

Pentru oricare variabila, notata generic cu x, in aceste ecuatii aceasta apare fie in forma simpla x fie in forma diferentiala dx care in diferente finite au urmatoartele semnificatii:

$x = \frac{x_f + x_i}{2}$ este valoarea medie in intervalul de timp dt considerat care se transforma intr-un interval de timp finit

$$dt \rightarrow \Delta t = DT$$

iar

$$dx \rightarrow \Delta x = DX = x_f - x_i$$

unde indicii "i" si "f" au semnificatia de "*initial*" si "*final*" adica x_i este valoarea lui x la inceputul intervalului de timp DT iar x_f este valoarea lui x la sfarsitul acestui interval.

In aceste relatii, valorile x_i (cele initiale) sunt presupuse a fi cunoscute si astfel numarul necunoscutelor ramane acelasi.

In acest mod, sistemul de ecuatii diferentiale se transforma intr-unul algebric, avand un numar de ecuatii egal cu numarul necunoscutelor.

Acest sistem se rezolva la fiecare pas de calcul, valorile finale (necunoscute) devenind valori initiale (cunoscute) pentru pasul de calcul urmator.

Dificultatile in rezolvarea sistemului sunt legate de neliniaritatea acestuia, introdusa de pierderile de sarcina care au forma

$$h_i = M Q^2 = M Q |Q|$$

Algoritmii care se folosesc pentru rezolvarea automata a acestor sisteme, necesari pentru conceperea unor programe de calcul automat cu ajutorul calculatoarelor electronice, depind de numarul de ecuatii si de precizia care se urmareste.

In primul rand, daca precizia rezultatelor trebuie sa fie foarte mare se va utiliza sistemul complet, asa cum s-a dedus mai inainte, metoda aceasta fiind cunoscuta in general sub numele de metoda implicita; aceasta metoda implica cele mai multe dificultati deoarece sistemul care trebuie rezolvat este neliniar.

Daca precizia poate fi mai mica se poate folosi fie asa numita metoda a liniarizarii fie cea cunoscuta sub numele de metoda explicita. In aceste metode, unii termeni (dintre cei neliniari) se exprima (in mod aproximativ) numai in functie de valorile initiale (si astfel devin cunoscuti).

In acest fel, fie sistemul devine liniar (metoda liniarizarii), fie chiar este posibil ca din fiecare ecuatie sa se poata calcula direct cate una din necunoscute (metoda explicita).

Ca exemplu, sa consideram ecuatia

$$H_1 = H_2 + M\,Q\,|Q| + \frac{\beta}{g}\frac{L}{A}\frac{dQ}{dt}$$

care, in diferente finite, devine

$$\frac{H_{1i}+H_{1f}}{2} = \frac{H_{2i}+H_{2f}}{2} + M\,\frac{Q_i+Q_f}{2}\left|\frac{Q_i+Q_f}{2}\right| + \frac{\beta}{g}\frac{L}{A}\frac{Q_f-Q_i}{\Delta t}$$

Daca valoarea absoluta $\left|\frac{Q_i+Q_f}{2}\right|$ se considera egala cu $|Q_i|$, considerind aici $Q_f - Q_i$ atunci ecuatia devine

$$\frac{H_{1i}+H_{1f}}{2} = \frac{H_{2i}+H_{2f}}{2} + M|Q_i|\frac{Q_i+Q_f}{2} + \frac{\beta}{g}\frac{L}{A}\frac{Q_f-Q_i}{\Delta t}$$

si toate necunoscutele, inclusiv Q_f, sunt la puterea intaia iar sistemul obtinut este liniar.

Astfel, daca toate ecuatiile sunt liniare, sistemul devine liniar si el poate fi rezolvat fara dificultate, folosind procedurile existente care sunt bine cunoscute si foarte eficiente, inclusiv prin folosirea unor programe de calcul incluse in bibliotecile de programe ale calculatoarelor.

Daca intregul termen $MQ|Q|$ este aproximat prin valoarea lui initiala adica

$$M \frac{Q_i + Q_f}{2} \left| \frac{Q_i + Q_f}{2} \right| \rightarrow M Q_i |Q_i|$$

atunci, presupunand (pentru cazuri foarte simple) ca H_1 si H_2 sunt cunoscute, singura necunoscuta ramane Q_f din termenul nepermanent si avem

$$H_1 - H_2 = M Q_i |Q_i| + \frac{\beta}{g} \frac{L}{A} \frac{Q_f - Q_i}{\Delta t}$$

Q_f putand fi explicitat adica putand fi calculat direct:

$$Q_f = \frac{(H_1 - H_2 - M Q_i |Q_i|) g A \Delta t}{\beta L} + Q_i$$

Cazurile extrem de simple (conducta simpla, inchidere brusca a vanei, cu neglijarea pierderilor de sarcina, fara masini hidraulice etc.) pot fi rezolvate si pe cale analitica, prin rezolvarea sistemului de ecuatii diferentiale cu metodele analizei matematice.

In problemele de mai jos se va exemplifica practic folosirea acestor metode.

Probleme.

1. Formulati algoritmul pentru un program de calcul al fenomenelor de oscilatie in masa care au loc in sistemul hidraulic din figura 21. Se va presupune ca "aductiunea" *1-2* este foarte lunga in comparatie cu conducta "fortata" *2-3* care se considera foarte scurta. Se va presupune de asemenea ca:

- fenomenele de oscilatie in masa sunt generate de inchiderea vanei *V* care are o lege si un timp de inchidere cunoscute: *RV*, modulul de rezistenta hidraulic al vanei este cunoscut in orice moment.

- aria sectiunii transversale orizontale a castelului de echilibru *AC* este cunoscuta ca o functie de nivelul apei din castel *ZC*; se cunoaste de asemenea modulul rezistentei hidraulice *RB* al bransamentului dintre castelul de echilibru si conducta principala.

- toate caracteristicile geometrice si hidraulice ale conductei de aductiune *1-2* se presupun cunoscute, adica:

- *LA*, lungimea

- *DA*, diametrul

- RUG, coeficientul de rugozitate.

- rezervoarele amonte si aval sunt presupuse cu nivelurile constante *ZO* si respectiv *ZF* care se considera cunoscute.

Solutie.

Mai intai trebuie calculat modulul de rezistenta hidraulic al conductei de aductiune dupa cum urmeaza:

*AA = PI*DA**2/4* (aria sectiunii transversale; *PI=3.1415*)

R = DA/4 (raza hidraulica)

*C = 1/RUG*R**(1/6)* (coeficientul lui *Chezy*)

*K = AA*C*SQRT(R)* (modulul de debit)

*RA = LA/K**2* (modulul rezistentei hidraulice)

Ecuatiile principale sunt ($G \equiv g = 9{,}81\ ^{m}/_{s^2}$) :

(a) $Z0 = ZC + RA * QA * |QA| + RB * QB * |QB| + \frac{LA}{G*AA}\frac{DQA}{DT}$

(b) $Z0 = ZF + RA * QA * |QA| + RV * QV **2$

(c) $QA = QB + QV$

(d) $QB * DT = DZC * AC$

unde *DQA* si *DZC* sunt variatiile lui *QA* si *ZC* in timpul *DT* (pasul de calcul, presupus cunoscut).

Folosind conventiile din calculul cu diferente finite si adaugand la notatiile de mai sus literele *I* (de la "initial") si *F* (de la "final") pentru a indica valorile de la inceputul si respectiv de la sfarsitul intervalului (pasului) de calcul *DT*, aceste ecuatii devin:

$$\text{(a) } Z0 = \frac{ZCI + ZCF}{2} + RA * \frac{QAI + QAF}{2} * \left|\frac{QAI + QAF}{2}\right| +$$

$$+ RB * \frac{QBI + QBF}{2} * \left|\frac{QBI + QBF}{2}\right| + \frac{LA}{G * AA}\frac{QAF - QAI}{DT}$$

$$\text{(b) } Z0 = ZF + RA * \frac{QAI + QAF}{2} * \left|\frac{QAI + QAF}{2}\right| +$$

$$+ RV * \left(\frac{QVI + QVF}{2}\right) **2$$

(c) QAF = QBF + QVF

$$\text{(d) } \frac{QBI + QBF}{2} * DT = (ZCF - ZCI) * AC\left(\frac{ZCI + ZCF}{2}\right)$$

Pentru a rezolva in mod automat acest sistem compus din patru ecuatii (*a, b, c, d*) si avand patru necunoscute (*ZCF, QAF, QBF* si *QVF* deoarece *ZCI, QAI, QBI* si *QVI*, de la inceputul pasului de calcul, sunt presupuse cunoscute).

La inceput se face o "propunere" pentru *QAF* (de exemplu *QAF = QAI*) si atunci:

- *QVF* se calculeaza din ecuatia (*b*) iar *QBF*, din ecuatia (*c*);

- din ecuatia (*a*), o prima valoare pentru *ZCF*, notata cu *ZCFA*, poate fi calculata iar din ecuatia (*d*), o a doua valoare pentru acelasi *ZCF*, notata cu *ZCFD*, poate fi de asemenea calculata.

Daca "propunerea" *QAF* reprezinta solutia problemei, atunci cele doua valori pentru *ZCF* trebuie sa fie egale, adica

$$|ZCFA - ZCFD| = |DELZC| < \varepsilon$$

Pentru a obtine solutia, cu ajutorul figurii 22 se sugereaza o metoda cu aproximatii succesive.

Sa presupunem ca *QAF1* si *QAF2* sunt doua "propuneri" diferite pentru *QAF* iar *DELZC1*, *DELZC2* sunt valorile corespunzatoare pentru *DELZC = ZCFA - ZCFD*.

Urmatoarea "propunere" pentru *QAF*, (cea mai apropiata de solutia *QAFS*) se afla pe linia punctata, acolo unde *DELZC = 0* adica *QAF* poate fi dedus din urmatoarea egalitate (conform asemanarii triunghiurilor):

$$\frac{QAF - QAF1}{QAF2 - QAF} = \frac{DELZC1}{DELZC2}$$

Aceasta metoda poate fi aplicata in orice problema in care, dand o valoare pentru o variabila x, din relatiile existente se obtin doua valori distincte pentru o alta variabila y.

In ce priveste relatia (*d*), *ZCFD* poate fi calculat usor numai daca sectiunea transversala a castelului *AC* este constanta (nu depinde de nivelul apei *ZC*).

In cazul general, cand *AC* depinde de $ZC = \frac{ZCI + ZCF}{2}$, pentru a obtine valoarea lui *ZCF* este necesar sa se faca o alta "bucla" de aproximatii succesive. De data aceasta, procedura aplicata poate fi mult mai simpla: o prima valoare pentru *ZCF* (sa zicem *ZCF = ZCI*) este data pentru calculul valorii lui *AC*; apoi, o noua valoare pentru *ZCF* se deduce din ecuatia (*d*); apoi, aceasta valoare este folosita pentru a calcula noua valoare a lui *AC* care permite calculul unei noi valori pentru *ZCF* s.a.m.d. pana cand doua valori succesive ale lui *ZCF* sunt practic identice.

Pe baza acestui algoritm, se poate "scrie" un program de calcul automat folosind oricare din limbajele de programare cunoscute (*FORTRAN, C, PASCAL* etc).

Cand demareaza calculul, valorile initiale pentru primul pas de calcul coincid cu valorile initiale ale intregului fenomen care se considera de obicei a fi cele corespunzatoare regimului permanent (stationar) de miscare si care trebuie, deci, de asemenea calculate.

2. Estimati amplitudinea si perioada miscarii de oscilatie in masa in sistemul hidraulic din figura 23, la o manevra (inchidere/deschidere) brusca si totala a vanei V.

Se va considera ca aductiunea are lungimea $L = 4500\ m$, diametrul $D = 3,5\ m$, coeficientul de rugozitate $n = 0,018$; coeficientul pierderii locale de sarcina la intrarea in aductiune este $\zeta_1 = 1,5$; castelul de echilibru are sectiunea transversala $F = 20\ m^2$; in regim permanent, debitul este $Q_0 = 30\ m^3/s$.

Solutie.

Acesta este unul din cazurile in care se poate obtine o solutie analitica a ecuatiilor diferentiale (vezi, de exemplu, [1], p. 188).

Calcule preliminare:

- aria sectiunii transversale a aductiunii:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 9,62 m^2$$

- raza hidraulica a aductiunii:

$$R = \frac{D}{4} = \frac{3,5}{4} = 0,875 m$$

- coeficientul lui *Chezy*:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 53,67$$

- coeficientul *Darcy-Weissbach*:

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} = 0,0272$$

- viteza medie in regim permanent:

$$V_0 = \frac{Q_0}{A} = 3,12 m/s$$

- pierderea de sarcina in regim permanent:

$$h_{r0} = \left(\zeta_1 + \frac{\lambda L}{D}\right) \frac{V_0^2}{2g} = 18,09\ m$$

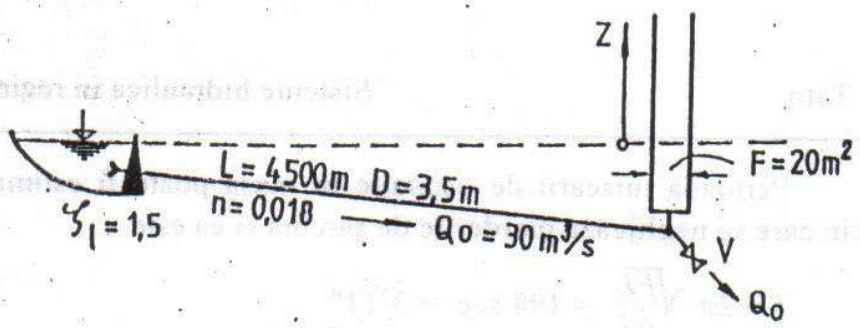


Fig. 23

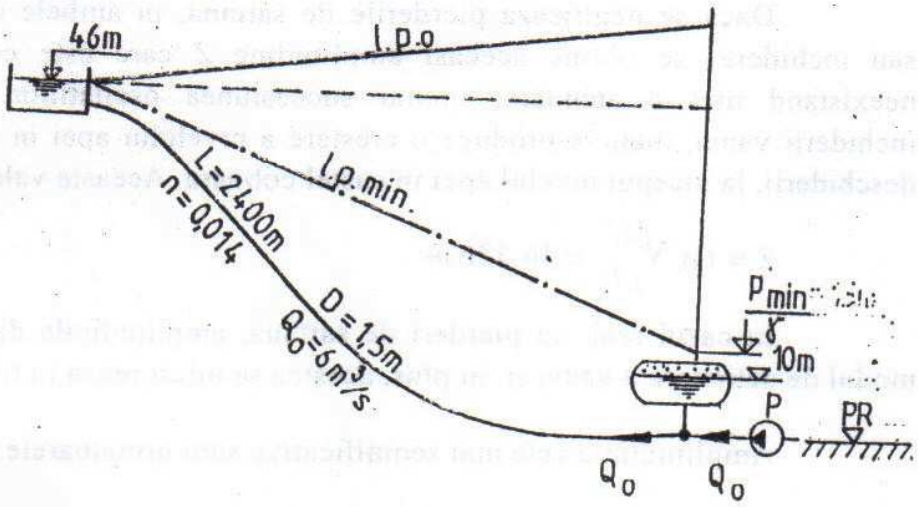


Fig. 24

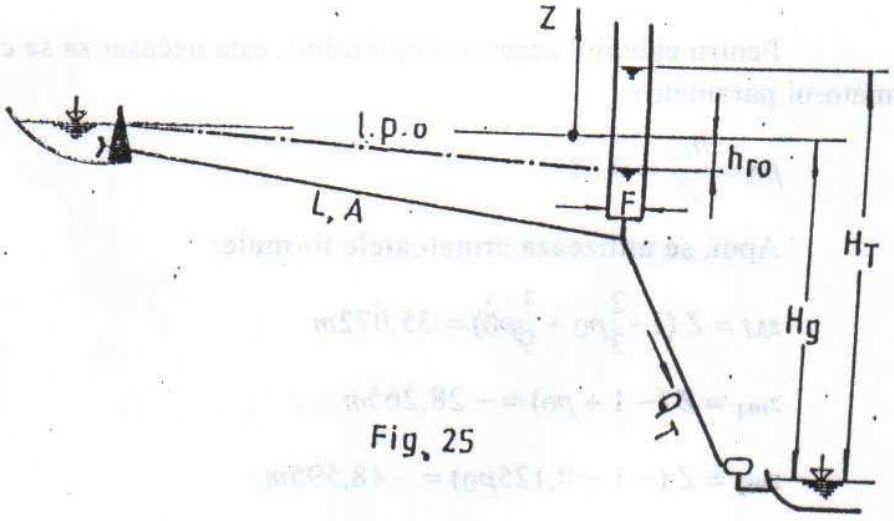


Fig. 25

Perioada miscarii de oscilatie in masa poate fi estimata numai pentru cazul in care se neglijeaza pierderile de sarcina si ea este

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{FL}{gA}} = 194 \text{ sec.} = 3'14"$$

Amplitudinea miscarii de oscilatie in masa depinde de tipul actionarii vanei (deschidere sau inchidere).

Daca se neglijeaza pierderile de sarcina, in ambele cazuri (deschidere sau inchidere) se obtine aceeasi amplitudine Z care este constanta in timp, neexistand nici o atenuare; numai succesiunea oscilatiilor difera: in cazul inchiderii vanei, intai se produce o crestere a nivelului apei in castel iar in caz deschiderii, la inceput nivelul apei in castel coboara. Aceasta valoare este:

$$Z = V_0 \sqrt{\frac{AL}{gF}} = 46{,}336\, m$$

In cazul real, cu pierderi de sarcina, amplitudinile difera in functie de modul de actionare a vanei si, in plus, acestea se micsoreaza in timp.

Amplitudinile cele mai semnificative sunt urmatoarele:

- z_M , primul maximum dupa inchiderea vanei;

- z_{m1}, primul minimum dupa inchiderea vanei;

- z_{m2} , primul minimum dupa deschiderea vanei.

Pentru calculul acestor amplitudini, este necesar sa se calculeze mai intai urmatorul parametru:

$$p_0 = \frac{h_{r0}}{Z} = 0{,}39$$

Apoi, se utilizeaza urmatoarele formule:

$$z_M = Z\,(1 - \frac{2}{3}p_0 + \frac{1}{9}p_0^2) = 35{,}072m$$

$$z_{m1} = Z\,(-1 + p_0) = -28{,}265m$$

$$z_{m2} = Z\,(-1 - 0{,}125p_0) = -48{,}595m$$

3. Pentru conducta de refulare a unei statii de pompare (figura 24), sa se indice volumul si rezistenta hidraulica a bransamentului pentru un hidrofor de protectie care controleaza presiunile minime astfel incat acestea sa fie mai mari de *1,0 at* in punctul sau de jonctiune cu conducta protejata (corespunzand unei presiuni egale cu zero in perna de aer a hidroforului); sa se calculeze apoi presiunea maxima care se atinge in acelasi punct. Se va considera ca statia de pompare se opreste brusc, adica debitul acesteia devine brusc egal cu zero.

Solutie

Aceasta situatie a fost rezolvata atat in cazul neglijarii pierderilor de sarcina cat si in cazul considerarii acestora, folosind o metoda mixta care combina metodele analitice cu cele numerice.

Rezultatele acestor calcule sunt date in [8]; ele sunt prezentate sub forma de tabele si grafice.

Calculele preliminare, in concordanta si cu figura 2, pagina 25, a acestei carti, cuprind urmatoarele:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 1{,}766 m^2 \; ; \; V_0 = \frac{Q_0}{A} = 3{,}397 \, m/s$$

$$h_0 = 46 - 10 = 36 \; m$$

$$H_0 = h_0 + \frac{p_{at}}{\gamma} = 36 + 10{,}33 = 46{,}33 m$$

$$\tau_z = \frac{A \, L \, V_0^2}{2g \, H_0} = 53{,}814 m^3$$

$$R = \frac{D}{4} = 0{,}375 m$$

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 60{,}71$$

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} = 0{,}0213$$

$$h_{rc} = \frac{\lambda L}{D} \frac{V_0^2}{2g} = 20{,}064 m$$

$$\frac{h_{rc}}{H_0} = 0{,}433$$

$$H_{min} = \frac{p_{min} + p_{at}}{\gamma} = 10 + 10{,}33 = 20{,}33 m$$

$$\frac{H_{min}}{H_0} = \frac{20,33}{46,33} = 0,438$$

Daca se neglijeaza pierderile de sarcina, se foloseste graficul din figura 3, pagina 26, rezultand rapoartele si respectiv valorile cautate:

$$\frac{\tau_0}{\tau_z} = 6 \rightarrow \tau_0 = 322,9m^3$$

$$\frac{\tau_{max}}{\tau_z} = 9 \rightarrow \tau_{max} = 484,3m^3$$

$$\frac{H_{max}}{H_0} = 2 \rightarrow H_{max} = 92,66m$$

$$h_{max} = 82,33m$$

$$p_{max} = 8,233at.$$

cu alte cuvinte, hidroforul trebuie sa aiba volumul $\tau_{max} = 484\ m^3$ iar volumul initial al pernei de aer trebuie sa fie $\tau_0 = 323\ m^3$; presiunea maxima va fi de *8,233 at.*

Daca se tine seama de pierderile de sarcina, se selectioneaza urmatoarele doua "linii" din tabelele care cuprind solutiile existente in acest caz:

pagina	$\frac{h_{rc}}{H_0}$	$\frac{h_{rB}}{H_0}$	$\frac{\tau_0}{\tau_z}$	$\frac{H_{min}}{H_0}$	$\frac{H_{max}}{H_0}$	$\frac{\tau_{max}}{\tau_z}$
83	0,50	1,00	2,5	0,50	1,25	3,42
81	0,25	0,75	2,5	0,47	1,37	3,77

Cele doua linii au fost alese pe considerentul ca valoarea reala $\frac{h_{rc}}{H_0} = 0,433$ se afla intre cele doua valori corespunzatoare ale celor doua linii, intre care se poate face astfel o interpolare.

Pe de alta parte, valorile raportului $\frac{H_{min}}{H_0}$ din cele doua linii selectate sunt cele mai apropiate si mai mari decat valoarea reala corespunzatoare care este *0,438.*

Prin interpolare se obtine:

$$\frac{h_{rB}}{H_0} = 0,933\ ;\ \frac{\tau_0}{\tau_z} = 2,5\ ;\ \frac{H_{min}}{H_0} = 0,49$$

$$\frac{H_{max}}{H_0} = 1,28 \; ; \; \frac{\tau_{max}}{\tau_z} = 3,49$$

si apoi

$$h_{rB} = 0,933 \cdot 46,33 = 43,22m$$

$$\tau_0 = 2,5 \cdot 53,814 = 134,54m^3$$

$$\tau_{max} = 3,49 \cdot 53,814 = 187,81m^3$$

$$H_{min} = 0,49 \cdot 46,33 = 22,70m$$

$$H_{max} = 1,28 \cdot 46,33 = 59,30m$$

$$h_{min} = 12,37m \; ; \; p_{min} = 1,237at.$$

$$h_{max} = 49m \; ; \; p_{max} = 4,9at.$$

adica hidroforul trebuie sa aibe volumul (total) $\tau_{max} = 188m^3$, volumul initial al pernei de aer $\tau_0 = 135m^3$ si pierderea de sarcina "initiala" (corespunzatoare debitului de regim permanent) pe bransament $h_{rB} = 43,22m$; in aceste conditii, presiunea minima este $p_{min} = 1,237at.$ (mai mare decat valoarea de *1,0 at*, ceruta prin enuntul problemei) si o presiune maxima $p_{max} = 4,9at$.

Modulul de rezistenta hidraulic al bransamentului dintre hidrofor si conducta principala trebuie sa fie:

$$M_B = \frac{h_{rB}}{Q_0^2} = \frac{43,22}{36} = 1,20 \frac{s^2}{m^5}$$

Deci, daca se tine seama de pierderile de sarcina, solutia de protectie obtinuta este mult mai convenabila decat in cazul neglijarii acestora: volumul hidroforului rezulta mult mai mic si, de asemenea, presiunea maxima.

Trebuie de asemenea spus ca prin utilizarea unui program de calcul automat se vor obtine solutii si mai avantajoase (solutii de protectie mai ieftine) deoarece cu un aesmenea program se poate tine seama si de alte efecte favorabile cum este faptul ca oprirea pompelor nu se face brusc ci intr-un timp care depinde de caracteristicile pompelor, in primul rand de momentul de inertie al partilor rotative ale acestora.

5.1.4. Fenomene de rezonanta si instabilitate.

Cand doua sisteme mecanice sunt interconectate si, prin diverse mecanisme, energia poate fi transferata total sau partial de la un sistem la celalalt si daca sistemele au o miscare oscilatorie, atunci amplitudinea de oscilatie a sistemului care primeste energie poate, in anumite conditii, sa creasca in mod continuu, tinzand teoretic catre infinit; practic, amplitudinile sunt limitate datorita frecarilor (pierderilor de sarcina) dar valorile lor sunt foarte mari incat pot provoca distrugeri serioase ale sistemului hidraulic (spargeri de conducte) sau ale unor dispozitive (armaturi, masini hidraulice etc.).

Sistemul mecanic care elibereaza energie se numeste sistem excitator iar cel care primeste energie, sistem excitat.

In general, orice sistem mecanic elastic (inclusiv o coloana de fluid) are niste perioade de oscilatie proprii (sau caracteristice, sau naturale) si care corespund diferitelor moduri de oscilatie "libera" a sistemului respectiv. Transferul energiei mecanice de la sistemul excitator la sistemul excitat se produce atunci cand sistemul excitator are o miscare periodica cu o perioada apropiata de una din perioadele naturale ale sistemul excitat; cu cat cele doua perioade sunt mai apropiate, cu atat amplitudinile oscilatiilor la rezonanta sunt mai mari iar cand coincid, acestea tind (teoretic) la infinit.

Acest fenomen este cel care este numit indeobste rezonanta iar problema de calcul principala consta in gasirea perioadelor proprii de oscilatie.

Pentru a evita un astfel de fenomen de rezonanta, este necesar sa se ia masuri astfel incat posibilele excitatii exterioare sa aiba periode (sau frecvente) care sa difere in mod substantial de oricare din perioadele (frecventele) proprii ale sistemului excitat.

In sistemele hidraulice (in special cele sub presiune), se intampla adesea ca miscarea oscilatorie a unui sistem excitator sa se produca in urma interactiunii acestuia cu fluidul insusi in miscare, rezultatul fiind un fenomen de rezonanta al sistemului hidraulic, excitat in ultima instanta chiar de sistemul hidraulic insusi.

In acest caz, fenomenul se numeste auto-oscilatie iar sistemul se numeste auto-excitat.

Toate aceste tipuri de fenomene (rezonanta si auto-oscilatie) sunt cunoscute sub numele generic de instabilitati dar acest termen este in special folosit in acele cazuri cand miscarea oscilatorie are un caracter continuu (oscilatii intretinute), indiferent daca amplitudinea oscilatiilor este foarte mare (teoretic infinita) sau mult mai mica (oscilatii finite).

Trebuie spus de la bun inceput ca toate aceste fenomene sunt foarte complicate si in special cele de auto-oscilatie.

Teoretic, folosind algoritmii propusi pentru calculul loviturii de berbec sau pentru calculul fenomenelor de oscilatie in masa, este posibil sa se calculeze si fenomenele de rezonanta (mai precis, posibilitatea de aparitie si amplitudinile acestora); totusi, practic, mecanismele de transfer a energiei de la sistemul excitator la sistemul excitat, mai ales in cazul sistemelor auto-excitate, sunt adesea prea complicate si uneori chiar complet necunoscute ceeace face ca rezultatele calculelor sa nu fie semnificative.

De aceea, pentru a se evita fenomenele de rezonanta este recomandat in primul rand, daca este posibil, sa se evite orice surse de excitatie periodica din exterior (de exemplu, pompe volumice, compresoare de aer etc.). Pentru a se preveni si fenomenele de auto-oscilatie trebuie evitate de asemenea si acele dispozitive care au subansamble sustinute elastic si in contact cu fluidul in miscare deoarece, asa cum s-a aratat, in acest caz se pot initia fenomene de aceasta natura cu urmari deosebit de periculoase.

Mai jos se vor expune doar cateva cazuri foarte simple care au o solutie generala. In incheiere, se vor descrie cele mai importante si instructive accidente produse ca urmare a unor fenomene de rezonanta sau de auto-oscilatie, rezultand de aici si marea importanta a cunoasterii acestui gen de fenomene.

Un caz foarte simplu il reprezinta sistemul compus dintr-un rezervor de nivel constant (lac de acumulare), o conducta (sau galerie) de aductiune si castelul de echilibru, care alimenteaza o centrala hidro-electrica si unde pot sa se produca fenomene de rezonanta cu caracter de oscilatie in masa.

Perioada proprie (naturala) este, in acst caz,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{F \cdot L}{gA}}$$

unde A, F sunt sectiunea transversala a aductiunii si respectiv castelului (considerate, ambele, cu sectiune constanta) iar L este lungimea aductiunii.

Asa cum s-a putut vedea si din problema 2, paragraful 5.1.3., aceste perioade sunt foarte lungi (de ordinul minutelor) si astfel este practic imposibil sa se induca fenomene de rezonanta cu ajutorul unor excitatii exterioare (cum ar fi, de exemplu, vane/clapete care se inchid/deschid cu o anumita periodicitate, impulsuri de presiune provenite de la masini hidraulice volumice etc.).

Dar exista, in acest caz, o sursa importanta de instabilitate si anume prezenta aparatului director al turbinelor care actioneaza in mod automat pentru mentinerea turatiei acestora la o valoare riguros constanta; mai precis, acest "aparat" mentine constanta puterea turbinei si anume intotdeauna la valoarea puterii electrice furnizata in reteaua electrica; in conditiile existentei unor variatii ale nivelului apei in castelul de echilibru (z, variabil in timp), urmatoarea relatie va trebui sa fie indeplinita:

$$N_T = \eta_T \gamma Q_T (H_g + z)$$

unde N_T este puterea (presupusa constanta si cunoscuta), η_T este randamentul iar Q_T este debitul turbinei, H_g este caderea "geodezica" (bruta) a amenajarii, z este nivelul apei in castel iar $H_g + z = H_T$ este caderea turbinei (vezi, de asemenea, figura 25); aici, N_T si H_g sunt constante dar Q_T si z variaza in timp ca urmare a fenomenului de oscilatie in masa.

Mai precis, atunci cand nivelul z creste, trebuia ca debitul Q_T sa scada pentru a mentine constanta puterea N_T ; dar scaderea debitului, in anumite cazuri, poate sa provoace o noua crestere de nivel; in acelasi mod, ca urmare a actiunii aparatului director, o scadere a nivelului apei poate sa conduca in final la o scadere si mai accentuata a acestuia.

Acest "mecanism" explica de ce, in anumite conditii, poate sa apara un fenomen de instabilitate materializat prin oscilatii intretinute de amplitudine finita, deosebit de suparator chiar daca nu duce in general la accidente spectaculoase.

Pentru a se putea evita acest tip de instabilitate, *Thoma* a descoperit (pentru un castel de sectiune constanta) ca aria sectiunii sale transversale (F) trebuie sa fie mai mare decat o valoare minima admisibiala notata cu F_{Th} adica,

$$F > F_{Th}$$

sau

$$F = n.F_{Th}$$

unde n este un coeficient de siguranta.

F_{Th} are expresia:

$$F_{Th} = \frac{V_0^2}{2g} \cdot \frac{LA}{h_{r0}(H_g - h_{r0})}$$

unde L si A sunt lungimea si sectiunea transversala ale aductiunii iar V_0, h_{r0} sunt valorile initiale ale vitezei si pierderii de sarcina pe aductiune (calculate, deci, la valoarea initiala a debitului, Q_0).

De exemplu, castelul din problema 2, paragraful 5.1.3., ar trebui sa aiba sectiunea transversala mai mare decat

$$F_{Th} = \frac{3,12^2}{19,6} \cdot \frac{4500 \cdot 9,62}{18,09(120 - 18,09)} = 11,65 m^2$$

(aici s-a lucrat cu valoarea $H_g = 120\ m$); astfel, valoarea din datele problemei, $F = 20\ m^2$, este acceptabila din acest punct de vedere.

Pentru cazul sistemelor sonice, studiate pe modelul real al fluidului compresibil, asa cum s-a mai spus, pe cale analitica se pot rezolva numai cazuri foarte simple; in continuare se vor expune cateva cazuri de acest fel.

Se va considera o conducta simpla cu lungimea L si cu caracteristici constante in lungul sau ceeace conduce la o valoare constanta pentru celeritatea notata cu c.

Se presupun urmatoarele conditii la limita: la unul din capete, fie un rezervor de nivel constant ($H = const.$), fie o conducta inchisa ($Q = 0$); la celalalt capat, fie o excitatie de debit, fie o excitatie de presiune (de cota piezometrica).

O excitatie de debit ia, cel mai adesea, forma unui cilindru cu piston (fig.26.a) avand o miscare de du-te-vino (eventual cu ajutorul unui sistem biela-manivela). Fluidul din vecinatatea pistonului va avea un debit variabil cu o amplitudine care depinde de "deplasamentul" pistonului (adica de volumul W deplasat de piston) si de parioada (T) a miscarii oscilatorii; acest tip de dispozitiv este reprezentat practic de catre pompele volumice, de compresoarele de aer, de generatoarele sonice etc.

Excitatia de presiune se intalneste rar in practica (un exemplu il constituie valurile pentru un capat de conducta care debuseaza in mare). Acest tip de excitatie poate fi imaginat ca luand forma practica din figura 26.b., unde forta oscilatoare F este produsa de catre cele doua mase excentrice de pe cele doua rotoare.

Perioada proprie este, pentru conducta simpla, asa cum s-a demonstrat in paragraful 5.1.1. (problema 3), $T_O = 4L/c$.

Notand cu λ lungimea de unda, rezulta lungimea de unda fundamentala λ_0

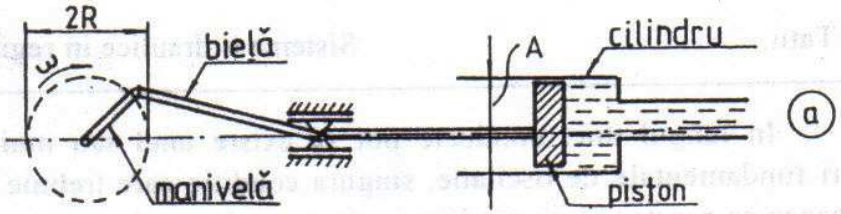
$$\lambda_0 = c\,T_0 = 4L$$

sau

$$L = \frac{\lambda_0}{4}$$

De aceea se spune ca modul de oscilatie fundamental este in sfert de lungime de unda ceeace inseamna practic ca oricare marime fizica (Q, H, etc.) variaza in jurul unei valori medii dar cu amplitudini care variaza in lungul conductei de la zero (acolo un se formeaza un "nod") si pana la o valoare maxima (acolo unde se formeaza un "ventru"). De fapt, acest mod de oscilatie este rezultatul unei suprapuneri continue a undelor reflectate peste undele incidente si peste cele reflectate anterior, dand nastere unui sistem de unde stationare.

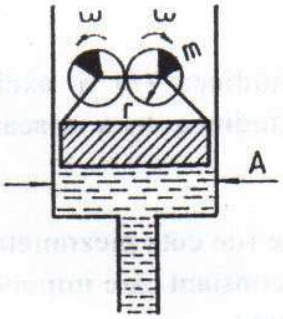
In figura 27 se arata modul de oscilatie fundamental pentru cei doi parametri principali, adica Q si H. Valoarea medie pentru Q este zero iar pentru H, H_m; amplitudinile maxime, care se produc in dreptul ventrelor, sunt notate cu A_Q si, respectiv, A_H .



(a)

$x = R \sin \omega t$; $v = \frac{dx}{dt} = \omega R \cos \omega t$; $Q = A.V$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$; $Q_0 = \frac{2\pi RA}{T} = \frac{2\pi W}{T}$; $\boxed{Q = Q_0 \cos \frac{2\pi}{T} t}$



$\Delta p = \frac{\Delta F}{A}$; $\Delta H = \frac{\Delta p}{\gamma}$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$;

$\Delta F = F_0 \cdot \sin \omega t$; $F_0 = 2m\omega^2 r$;

(b)

$\boxed{\Delta H = H_0 \sin \frac{2\pi}{T} t}$

$H_0 = \frac{2m\omega^2 r}{\gamma A}$

Fig. 26

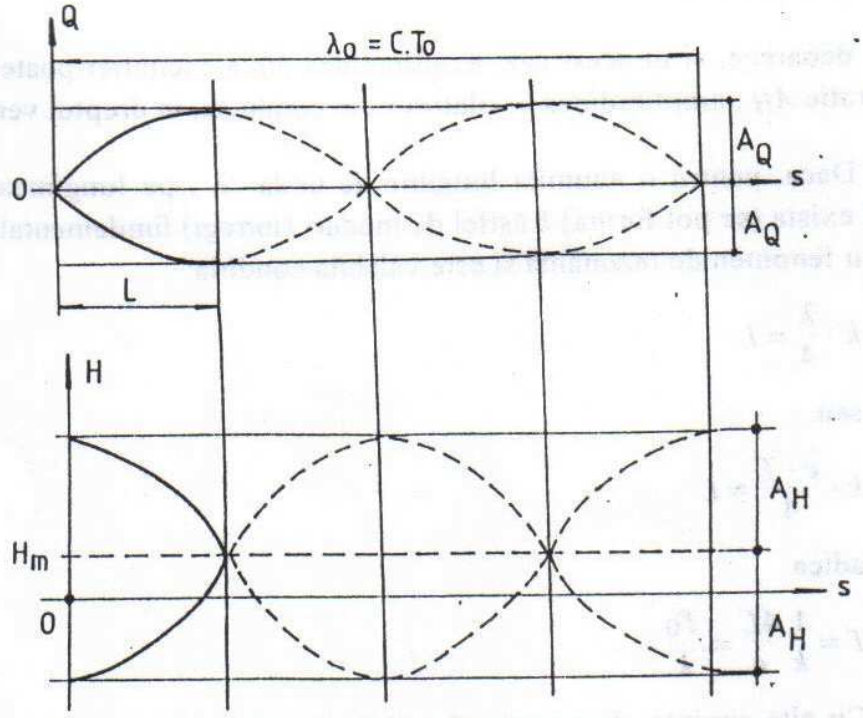


Fig. 27

In lungul unei conducte pot sa existe unul sau mai multe asemenea moduri fundamentale de oscilatie, singura conditie care trebuie sa fie indeplinita fiind aceea ca acestea sa se potriveasca la capetele conductei cu conditiile la limita existente in mod real.

De exemplu, un nod de debit, adica $Q = const. = 0$, apare acolo unde exista un capat de conducta inchis (sau o vana inchisa) sau daca in acel punct exista un dipozitiv care impune o excitatie de debit

$$Q = Q_0 \cos\omega t ;$$

aceasta, datorita faptului ca amplitudinea Q_0 a excitatiei poate fi considerata foarte mica in comparatie cu amplitudinea A_Q a miscarii oscilatorii la rezonanta din coloana de fluid.

Si, la fel, pentru oscilatiile de presiune (de cota piezometrica), un nod se poate produce in dreptul unui rezervor de nivel constant care impune conditia $H = const = H_m$ sau in dreptul unei excitatii de presiune

$$\Delta H = H_0 \sin\omega t$$

deoarece, si in acest caz, amplitudinea H_0 a excitatiei poate fi neglijata in comparatie A_H, amplitudinea oscilatiilor din conducta, in dreptul ventrelor.

Daca, pentru o anumita lungime de unda λ, pe lungimea totala L a conductei exista (se pot forma) k astfel de moduri (intregi) fundamentale, atunci se produce un fenomen de rezonanta si este valabila conditia:

$$k \cdot \frac{\lambda}{4} = L$$

sau

$$k \cdot \frac{c \cdot T}{4} = L$$

adica

$$T = \frac{1}{k} \frac{4L}{c} = \frac{T_0}{k}$$

Cu alte cuvinte, daca perioada miscarii oscilatorii (si, in primul rand, a excitatiei) este un submultiplu al perioadei fundamentale $T_0 = \frac{4L}{c}$ adica

$$T = \frac{T0}{k}$$

atunci se produce un fenomen de rezonanta caracterizat prin k moduri fundamentale.

In figura 28 s-au reprezentat toate cele patru combinatii posibile; in aceasta figura, un patrat cu litera Q si respectiv H semnifica o excitatie de debit si respectiv de presiune (de cota piezometrica).

Din aceasta figura se desprind urmatoarele concluzii:

- in cazurile cu excitatie de debit, in nodul in care este prezenta excitatia exista un nod de debit iar la capatul opus se poate afla un rezervor de nivel constant daca $k = 1,3,5,...$ sau o conducta inchisa daca $k = 2,4,6,...$;

- in cazul excitatiei de presiune, in acest punct exista un nod de presiune si astfel, la capatul opus conducta inchisa se potriveste daca $k = 1,3,5,...$ iar rezervorul de nivel constant, daca $k = 2,4,6,...$.

Aceste rezultate sunt sintetizate in tabelul de mai jos:

	rezervor nivel constant	conducta (vana) inchisa
excitatie de debit	k=1,3,5,.. armonici impare	k=2,4,6,..armonici pare
excitatie de presiune	k=2,4,6,..armonici pare	k=1,3,5,...armonici impare

Din pacate, asa cum s-a mai aratat, in mod obisnuit in practica excitatiile sunt mixte sau fenomenele sunt auto-excitate si, de aceea, rezultatele de mai sus au o aplicabilitate limitata.

Ca rezultat al unor fenomene de rezonanta, in decursul timpului s-au produs destul de multe accidente cu urmari tragice.

Conducta de alimentare cu apa (aductiunea) centralei hidro-electrice Lac Blanc-Lac Noire (in Franta) a explodat in interiorul cladirii centralei si mai multe persoane au murit inecate (pe langa importantele pierderi materiale).

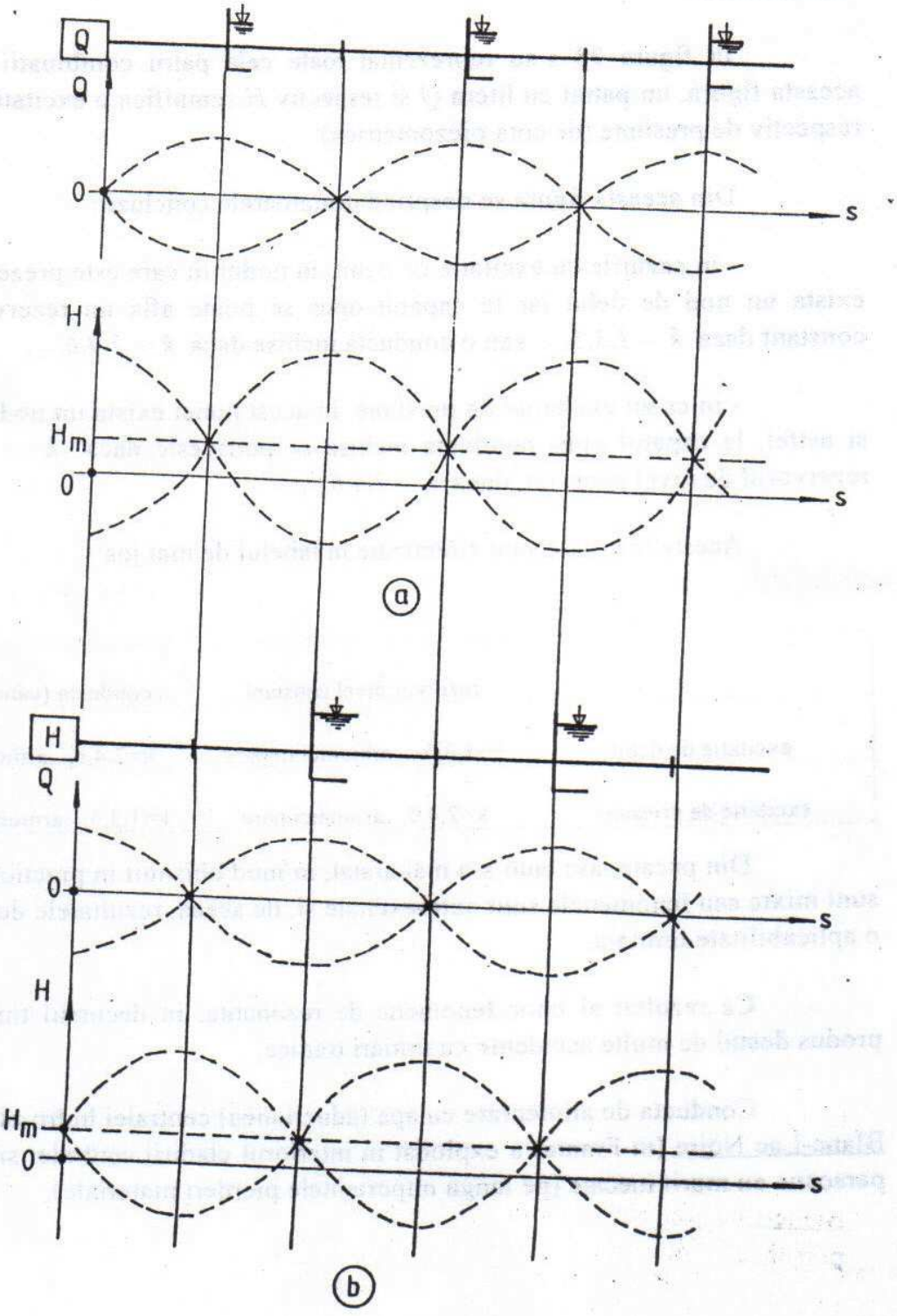


Fig. 28

Concluzia cercetarilor efectuate dupa accident a fost ca spargerea s-a produs prin oboseala materialului (peretele conductei), oboseala provocata de variatiile de presiune continue si indelungate datorate, la randul lor, unui fenpomen de rezonanta; excitarea fenomenului de rezonanta a coloanei lichide din conducta a fost produsa de vibratia unuia din profilele care compuneau aparatul director al uneia din turbine (fenomen de auto-oscilatie).

Prezenta oscilatiilor de presiune nu a putut fi observata in timp deoarece amplitudinile au fost relativ mici iar frecventa, in afara spectrului audibil. Numai un manometru existent in centrala a avut un comportament mai curios (a prezentat oscilatii continue ale acului indicator) dar acesta a fost "declarat" ca fiind defect si nu i s-a mai dat atentie.

Un alt caz instructiv a fost cel al tunelului Kandergrund unde rezultatul final a fost o alunecare de teren in urma careia au murit de asemenea multi oameni si s-au produs importante pagube materiale. Alunecarea de teren s-a produs ca urmare a unor scurgeri de apa din acest tunel care a fost gasit fisurat in mai multe locuri.

Cercetand cauzele catastrofei s-a observat ca fisurile din camasuiala de beton armat a tunelului erau longitudinale si erau plasate la distante egale in lungul aductiunii.

Cauza primara a accidentului a constituit-o prezenta unui ventil al carui obturator era sustinut elastic si care in contact cu fluidul in miscare a excitat un fenomen de rezonanta al intregii coloane de lichid din toata aductiunea. Fisurile s-au produs in dreptul ventrelor, acolo unde amplitudinea oscilatiilor a fost maxima, pentru un anumit mod de oscilatie care a putut fi demonstrat si pe cale teoretica. Nici in acest caz variatiile de presiune din interiorul aductiunii nu au putut fi observate (dupa zgomot sau alte semne) si astfel nu s-au putut lua masuri de prevenire.

5.2. Cazul miscarilor cu nivel liber.

In acest caz, variatiile de presiune (cativa metri coloana de apa) sunt atat de mici incat variatiile de densitate pot fi complet neglijate si se poate considera ca ρ = const.; se poate face astfel ipoteza lichidului incompresibil (numai lichidele prezinta o suprafata libera).

Miscarile nepermanente cu nivel liber pot sa apara in mod obisnuit in urmatoarele conditii:

- pe rauri si canale, atunci cand debitul din amonte intai creste si apoi descreste ca urmare a precipitatiilor atmosferice (inclusiv topirea zapezilor) sau ca urmare a actionarii unor vane sau stavile existente la constructiile hidrotehnice sau ca urmare a ruperii (accidentale) a unor baraje (inclusiv cele naturale si cele de gheata - zapoarele); toate aceste miscari se produc cu transport de masa in lungul curentului (raului, canalului) si ele pot fi mai mult sau mai putin rapid variabile (si variate), in functie rapiditatea cu care se modifica conditiile la limita (in acest caz, variatia debitului dinspre amonte).

- pe mari suprafete de apa in repaus (oceane, mari si lacuri intinse), ca rezultat al actiunii vantului care, prin frecare, induce miscari periodice ale nivelului apei fara transport de masa si anume: valuri, cu o variatie relativ rapida a nivelului apei si cu un caracter ondulatoriu si seise, mult mai lente si cu caracter de oscilatie in masa (apar, de exemplu, in acvatoriile portuare).

5.2.1. Undele de viitura.

Acest termen este utilizat pentru miscarile cu transport de masa cu caracter lent variabil, din care decurge si un caracter lent variat al miscarii, adica un profil gradual variat al suprafetei libere a apei (cu alte cuvinte, o variatie relativ mica a adancimii apei de-a lungul raului sau canalului).

In asemenea conditii, miscarea este aproape paralela si ca urmare distributia presiunilor pe verticala este aproape cea hidrostatica; ca urmare, se va putea presupune ca termenul $\frac{p}{\gamma}$ din relatia lui Bernoulli se poate inlocui cu adancimea apei h.

De asemenea, pierderile de sarcina distribuite pot fi considerate liniar distribuite ca in cazul miscarilor uniforme adica $h_r = J.L$ unde J este panta hidraulica medie in lungul sectorului de lungime L.

Folosind modelul miscarii uni-dimensionale, respectiv viteza medie $V = Q/A$ si termenii de corectie α si β in relatia lui Bernoulli pe care insa ii vom considera egali cu unitatea, aceasta relatie rezulta de forma

$$(z+\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha V^2}{2g})_1=(z+\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha V^2}{2g})_2+h_{r12}+\frac{\beta}{g}\int_1^2\frac{\partial V}{\partial t}ds$$

si, in concordanta cu cele de mai sus, ea poate fi scrisa

$$(z+h+\frac{V^2}{2g})_1=(z+h+\frac{V^2}{2g})_2+J\cdot L_{12}+\frac{1}{g}\int_1^2\frac{\partial V}{\partial t}ds$$

Presupunand acum ca punctele *1* si *2* sunt foarte aproape unul de calalalt (distanta dintre ele fiind *ds*, ca in figura 29), aceasta ecuatie devine:

$$d(z+h+\frac{V^2}{2g})+dh_r+\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}ds=0$$

sau

$$dz+dh+d\left(\frac{V^2}{2g}\right)+J\cdot ds+\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}ds=0$$

Impartind cu *ds*, rezulta:

$$\frac{dz}{ds}+\frac{\partial h}{\partial s}+\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{V^2}{2g}\right)+J+\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}=0$$

deoarece $h(s,t)$ and $V(s,t)$ depind de spatiu si timp dar $z(s)$ depinde numai de spatiu iar raportul $dz/ds = -i$ reprezinta chiar (dar cu semn schimbat) panta longitudinala a fundului raului (canalului).

In continuare rezulta

$$-i+\frac{\partial h}{\partial s}+\frac{1}{2g}2V\frac{\partial V}{\partial s}+J+\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}=0$$

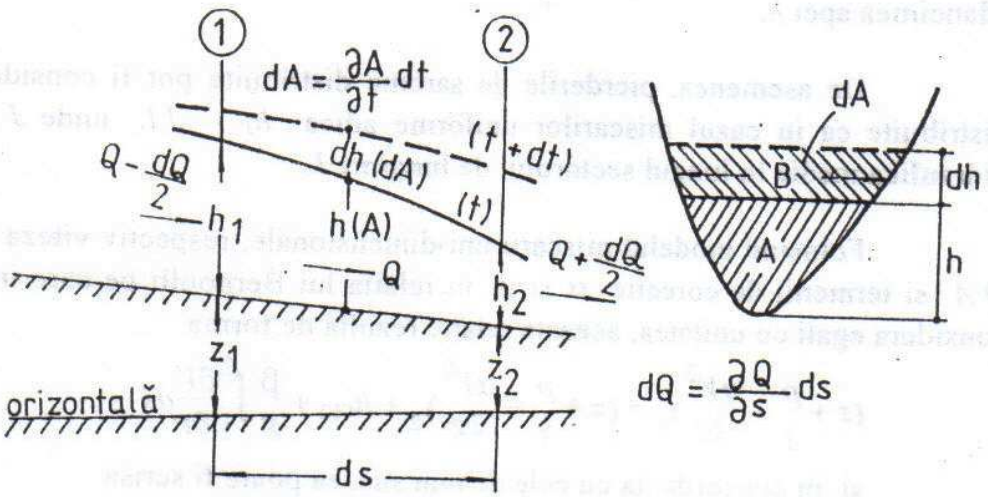

1
2
$dA = \frac{\partial A}{\partial t} dt$
$Q - \frac{dQ}{2}$
$dh\,(dA)$
$(t + dt)$
(t)
h_1
$h(A)$
Q
h_2
$Q + \frac{dQ}{2}$
z_1
z_2
orizontală
ds
dA
B
dh
A
h
$dQ = \frac{\partial Q}{\partial s} ds$

Fig . 29

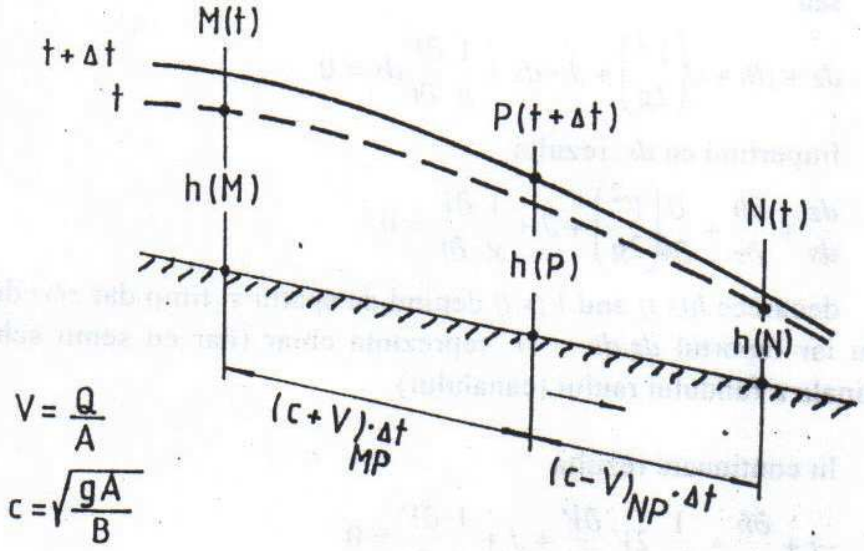

M(t)
t+Δt
t
P(t+Δt)
h(M)
N(t)
h(P)
h(N)
$V = \frac{Q}{A}$
$c = \sqrt{\frac{gA}{B}}$
$(c+V)_{MP} \cdot \Delta t$
$(c-V)_{NP} \cdot \Delta t$

Fig. 30

si

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial s} + g\frac{\partial h}{\partial s} = g\,(i - J).$$

Pentru a inlocui adancimea h prin aria sectiunii transversale corespunzatoare A, se va aplica un artificiu, descris mai jos.

Aria sectiunii transversale A, care este o functie de spatiu si timp, poate fi exprimata ca o functie directa de acesti doi parametri $A(s,t)$ sau ca o functie de functie, stiind ca si adancimea este functie tot de spatiu si timp, astfel

$$A(s,t) = \overline{A}(s,h) = \overline{A}[s,h(s,t)]$$

De aici rezulta

$$\frac{\partial A}{\partial s} = \frac{\partial \overline{A}}{\partial s} + \frac{\partial \overline{A}}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial s}$$

sau

$$\frac{\partial h}{\partial s} = \frac{\dfrac{\partial A}{\partial s} - \dfrac{\partial \overline{A}}{\partial s}}{\dfrac{\partial \overline{A}}{\partial h}}$$

Aici, derivatele partiale $\frac{\partial \overline{A}}{\partial h}$ si $\frac{\partial \overline{A}}{\partial s}$ au semnificatii mai speciale care se vor explica mai jos.

Astfel, derivata $\frac{\partial \overline{A}(s,h)}{\partial h}$ este calculata pentru un punct fix in spatiu ($s = const.$) si reprezinta latimea medie B a albiei intre nivelele h si $h+dh$:

$$\frac{\partial \overline{A}}{\partial h} = B$$

(vezi figura 29).

Pe de alta parte, $\frac{\partial \overline{A}(s,h)}{\partial s}$ (pentru $h = const.$) are o anumita semnificatie in legatura cu forma sectiunii transversale in lungul curentului:

- o sectiune prismatica (aceeasi in lungul curentului) va avea $\frac{\partial \overline{A}}{\partial s} = 0$ (adica $\overline{A} = const.$ in functie de spatiu);

- o albie neprismatica va avea $\frac{\partial \overline{A}}{\partial s} \neq 0$, si anume:

- $\frac{\partial \overline{A}}{\partial s} > 0$ daca sectiunea este crescatoare

$-\frac{\partial \overline{A}}{\partial s} < 0$, daca aceasta este descrescatoare.

Astfel,

$$\frac{\partial h}{\partial s} = \frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial s} - \mu$$

unde

$$\mu = \frac{1}{B}\frac{\partial \overline{A}}{\partial s}$$

ale carui valori depind de forma sectiunii transversale a albiei in lungul acesteia iar ecuatia energiilor (Bernoulli) devine:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{g}{B}\frac{\partial A}{\partial s} = g(i - J + \mu)$$

A doua ecuatie, care completeaza sistemul cu doua necunoscute (V si A), este ecuatia de continuitate care se deduce pe schema din figura 29 (pentru lichid incompresibil):

$$(Q - \frac{1}{2}\frac{\partial Q}{\partial s}ds)dt = (Q + \frac{1}{2}\frac{\partial Q}{\partial s}ds)dt + \frac{\partial A}{\partial t}dtds$$

adica

$$\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

sau

$$\frac{\partial (V \cdot A)}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

si

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V\frac{\partial A}{\partial s} + A\frac{\partial V}{\partial s} = 0$$

Sistemul compus din aceste doua ecuatii, adica

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V\frac{\partial A}{\partial s} + A\frac{\partial V}{\partial s} = 0$$
$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{g}{B}\frac{\partial A}{\partial s} = g(i - J + \mu)$$

este cunoscut sub numele de ecuatiile (sau sistemul) Saint-Venant.

Daca se foloseste functia lui Riemann H^* definita de relatia

$$dH^* = \frac{c}{A}dA$$

urmatoarele derivate partiale pot fi inlocuite

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{A}{c}\frac{\partial H^*}{\partial t}\ ;\ \frac{\partial A}{\partial s} = \frac{A}{c}\frac{\partial H^*}{\partial s}$$

$$\frac{g}{B}\frac{\partial A}{\partial s} = \frac{g}{B}\frac{A}{c}\frac{\partial H^*}{\partial s} = \frac{gA}{B}\frac{1}{c}\frac{\partial H^*}{\partial s} = c\frac{\partial H^*}{\partial s}$$

deoarece, se cunoaste deja ca

$$\frac{gA}{B} = c^2$$

unde c este celeritatea, adica viteza de propagare, in fluidul in repaus, a micilor perturbatii ale nivelului apei.

Folosind functia lui *Riemann*, sistemul de ecuatii *Saint-Venant* devine

$$\frac{\partial H^*}{\partial t} + V\frac{\partial H^*}{\partial s} + c\frac{\partial V}{\partial s} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial s} + c\frac{\partial H^*}{\partial s} = g(i - J + \mu)$$

Adunanad si apoi scazand cele doua ecuatii se obtine:

$$\frac{\partial(H^* + V)}{\partial t} + (V + c)\frac{\partial(H^* + V)}{\partial s} = +g(i - J + \mu)$$

$$\frac{\partial(H^* - V)}{\partial t} + (V - c)\frac{\partial(H^* - V)}{\partial s} = -g(i - J + \mu)$$

Ambele ecuatii au membrul stang de forma

$$\frac{\partial F}{\partial t} + a\frac{\partial F}{\partial s}$$

unde $F = H^* \pm V$ si $a = V \pm c$;

aceasta expresie poate fi o derivata totala in raport cu timpul daca a ds/dt:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial s}\cdot\frac{ds}{dt} = \frac{dF}{dt}$$

INSTITUTUL DE CONSTRUCTII
BIBLIOTECA
81
Nr.
Inv.

Cu alte cuvinte,

- daca $ds=(V+c).dt$, atunci $d(H^* + V) = + g(i - J + \mu).dt$

- daca $ds=(V-c).dt$, atunci $d(H^* - V) = - g(i - J + \mu).dt$

sau, intr-o forma sintetica,

- daca $ds = (V \pm c)dt$, atunci $d(H^* \pm V) = \pm g(i - J + \mu).dt$

Expresia $d(H^* \pm V)$ poate fi dezvoltata dupa cum urmeaza:

$$d(H^* \pm V) = dH^* \pm dV = \frac{c}{A}dA \pm d(\frac{Q}{A}) =$$

$$= \frac{c}{A}dA \pm \frac{dQ \cdot A - Q \cdot dA}{A^2} = \frac{1}{A}[\pm dQ + dA(c \mp \frac{Q}{A})]$$

si astfel, rezulta ca daca

$$ds = \left(\frac{Q}{A} \pm \sqrt{\frac{gA}{B}}\right)dt$$

atunci

$$dQ = \left(\frac{Q}{A} \mp \sqrt{\frac{gA}{B}}\right)dA + gA(i - J + \mu)dt$$

care reprezinta forma *Riemann* a ecuatiilor *Saint-Venant*; aceasta conduce la o metoda de rezolvare cu ajutorul diferentelor finite, metoda care se descrie in continuare.

Pentru aplicarea diferentelor finite, pentru orice variabila (Q sau A sau altele) care depinde de spatiu si timp si notata generic cu $x(s,t)$ vom avea

$$dx = x_f - x_i = x(sf,tf) - x(s_i,t_i)$$

si

$$x = \frac{x_f + x_i}{2} = \frac{x(sf,tf) + x(s_i,t_i)}{2}$$

unde, ca de obicei, indicii "*f*" si "*i*" au semnificatia de "*final*" si "*initial*", valorile "initiale" fiind intotdeauna cunoscute.

Pentru a ilustra practic aplicarea acestei metode, se va considera cazul mai uzual al miscarilor lente cand, intotdeauna, se indeplineste conditia

$$V < c$$

adica,

$$\frac{Q}{A} < \sqrt{\frac{gA}{B}}$$

Urmarind figura 30, linia intrerupta reprezinta suprafata libera la momentul initial t iar linia plina, suprafata libera necunoscuta de la momentul final $t+\Delta t$.

Daca punctele M, N, P se aleg ca in figura unde indicii MP si NP semnifica valori medii intre punctele M si P, respectiv intre N si P (M si N, la momentul initial t iar P, la momentul final $t+\Delta t$), primele doua conditii sunt indeplinite adica,

$$ds = \left(\frac{Q}{A} \pm \sqrt{\frac{gA}{B}}\right) dt$$

deoarece

$$s_P - s_M = \left(\frac{Q}{A} + \sqrt{\frac{gA}{B}}\right)_{MP} \Delta t$$

$$s_P - s_N = \left(\frac{Q}{A} - \sqrt{\frac{gA}{B}}\right)_{NP} \Delta t$$

In aceste conditii, celelalte doua ecuatii sunt valabile de asemenea:

$$dQ = \left(\frac{Q}{A} \mp \sqrt{\frac{gA}{B}}\right) dA + gA(i - J + \mu) dt$$

care pot fi rescrise, folosind diferentele finite, astfel:

$$Q_P - Q_M = \left(\frac{Q}{A} - \sqrt{\frac{gA}{B}}\right)_{MP} \cdot (A_P - A_M) + g\Delta t[A(i - J + \mu)]_{MP}$$

$$Q_P - Q_N = \left(\frac{Q}{A} + \sqrt{\frac{gA}{B}}\right)_{NP} \cdot (A_P - A_N) + g\Delta t[A(i - J + \mu)]_{NP}$$

Presupunand ca Δt este cunoscut, daca pozitia punctului P este fixa, sistemul acesta de patru ecuatii are patru necunoscute si anume: s_M ,s_N (pozitia punctelor M si N) si de asemenea Q_P , A_P (debitul si aria sectiunii transversale in punctul P, la momentul final $t + \Delta t$).

Din cauza valorilor medii de pe sectoarele MP si NP, intre doua valori necunoscute (pentru punctele M si N nu se cunoaste pozitia iar punctul P este la momentul final, necunoscut), pentru rezolvarea acestui sistem este necesar sa existe mai multe bucle de aproximatii succesive iar realizarea practica a unui program automat de calcul implica multe alte dificultati legate de alegerea "retelei" de calcul, de conditiile initiale si la limita etc.

In orice caz, conditia Courant

$$\Delta t \leq \min\left(\frac{\Delta s}{c \pm V}\right)$$

trebuie sa fie indeplinita in orice punct si la orice moment al timpului, pentru a fi asigurata stabilitatea calculului cu diferente finite.

Daca regimul de miscare este rapid, atunci apar si alte dificultati legate, in primul rand, de pozitia punctelor M si N care se afla ambele de aceeasi parte a punctului P (in partea stanga, pe figura); cazul in care ambele regimuri de miscare (lent si rapid) apar in lungul curentului este cel mai complicat deoarece implica racordari cu miscari speciale, rapid variate (salt hidraulic si altele).

Multe alte complicatii in realizarea programului de calcul apar (in special pentru cazul raurilor) in legatura cu calculul diferitilor parametri (A, B, J, μ etc.) deoarece acestia sunt functie de adancime dar si de forma, dimensiunile si rugozitatea albiei care sunt neuniforme atat in sectiune transversala cat si in sectiune longitudinala.

Toate aceste detalii depasesc continutul lucrarii de fata.

5.2.2. Ruperea barajelor (unda de inundatie).

Cand, in mod accidental, se rupe un baraj, miscarea nepermanenta care se produce este caracterizata printr-o forma abrupta a suprafetei libere si atunci ecuatiile Saint-Venant nu mai sunt perfect valabile deoarece ele au fost deduse pentru miscari gradual variate.

Totusi, luand in considerare cateva ipoteze simplificatoare, s-a gasit o rezolvare a carei demonstratie nu se da aici si poate fi consultata in [1], pp. 290-296.

Aceste ipoteze simplificatoare sunt:

- albie cu pat orizontal ($i=0$);

- sectiune prismatica si rectangulara a albiei ($A=b.h$, $c=\sqrt{gh}$ and $\mu=0$);

- neglijarea pierderilor de sarcina ($J=0$);

- ruperea brusca si totala a barajului.

In tabelul de mai jos se dau sintetic aceste rezultate, forma suprafetei libere putand sa ia trei forme diferite, in functie de valoarea adancimii apei din aval. In acest tabel, notatiile au urmatoarea semnificatie:

- H si h_0 reprezinta adancimea apei in amonte si respectiv in aval de baraj, inainte de rupperea acestuia;

- $c=\sqrt{gH}$ este viteza undei care se propaga spre amonte;

- a_0 este viteza undei care se propaga spre aval (pentru cazurile (b) si (c), aceasta reprezinta viteza saltului hidraulic calator);

- h_N si q_N sunt adancimea si debitul specific (raportat la unitatea de latime a albiei, $q=Q/b$) in spatele undei din aval;

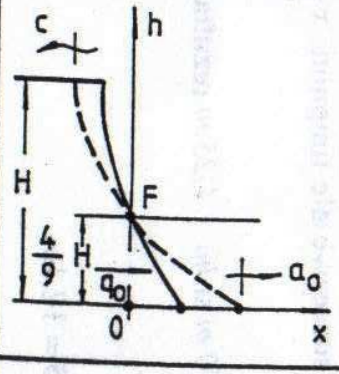
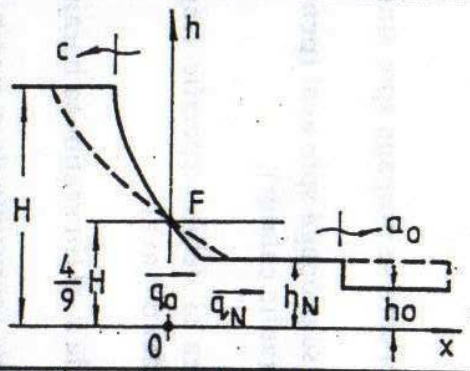
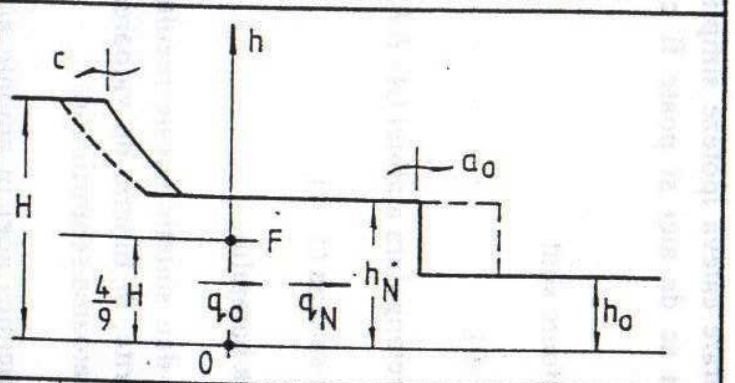
- q_0 este debitul (specific) la $x=0$ (in sectiunea barajului).

Linia plina si linia intrerupta reprezinta doua pozitii succesive ale curbei suprafetei libere, la doua momente succesive ale timpului; $x=0$ reprezinta pozitia barajului.

De exemplu, pentru $H = 50\ m$ si $h_0 = 1{,}25\ m$ rezulta:

$$\frac{h_0}{H}=\frac{1{,}25}{50}=0{,}025$$

$$\frac{h_N}{h_0}=9{,}7 \rightarrow h_N=9{,}7\cdot 1{,}25=12{,}1m$$

$h_0 = 0$ (a)	$h_0 / H \leq 0{,}1384$ (b)	$h_0 / H > 0{,}1384$ (c)
		

$\frac{h_0}{H}$	0	0,001	0,01	0,025	0,05	0,1	0,1384	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\frac{a_0}{c}$	2	1,46	1,24	1,13	1,05	0,99	0,97	0,95	0,94	0,94	0,94	0,95	0,96	0,98	0,99	1
$\frac{h_N}{h_0}$	0	63	17,1	9,7	6,2	3,96	3,21	2,54	1,97	1,66	1,45	1,31	1,2	1,12	1,05	1
$\frac{q_N}{cH}$	0	0,1	0,2	0,245	0,274	0,293	0,296	0,292	0,273	0,247	0,214	0,178	0,138	0,09	0,04	0
$\frac{q_0}{cH}$	0,2963	0,2963						0,292	0,273	0,247	0,214	0,178	0,138	0,09	0,04	0

$$c = \sqrt{gH} = \sqrt{9,81 \cdot 50} = 22,147^{m}/_{s}$$

$$\frac{a_0}{c} = 1,13 \rightarrow a_0 = 1,13 \cdot 22,147 = 25,03^{m}/_{s}$$

$$\frac{q_N}{cH} = 0,245 \rightarrow q_N = 0,245 \cdot 22,147 \cdot 50 = 271,3^{m^3}/_{s.ml}$$

$$\frac{q_0}{cH} = 0,2963 \rightarrow q_0 = 0,2963 \cdot 22,147 \cdot 50 = 328,1^{m^3}/_{s.ml}$$

Astfel, miscarea nepermanenta are forma *(b)* din tabel; unda din amonte are viteza de propagare de *22,15 m/s* (aceasta valoare nu este insa foarte importanta deoarece in amonte se afla lacul de acumulare si nivelele coboara); unda din aval se propaga sub forma unui salt hidraulic calator, cu viteza de *25,03 m/s*, provocand o crestere brusca a nivelelor de *12,1 - 1,25 = 10,85 m* si aparitia unui debit de *271,3 mc/s* pentru fiecare metru din latimea raului.

Aceste ultime rezultate sunt deosebit de importante pentru asigurarea conditiilor de securitate (si, in primul rand, de alarmare a populatiei) pentru teritoriul aflat in aval de baraj.

5.2.3. Valuri.

Valurile sunt miscari nepermanente fara transport de masa, adica viteza medie este zero.

Ele se produc pe suprafete intinse de apa, ca urmare a actiunii vantului.

De aceea, se poate considera ca energia valurilor reprezinta o forma de acumulare a energiei vantului: energia vantului, colectata de pe mari suprafete, este inmagazinata de valuri si transportata de acestea la mari distante unde poate fi extrasa (mai ales in apropierea tarmurilor) si transformata in alte forme (utile) de energie.

Pe de alta parte, exista foarte multe stricaciuni provocate de actiunea valurilor asupra digurilor, asupra tarmului, inclusiv asupra fundatiei constructiilor aflate pe tarm.

Exista multe reguli si formule pentru stabilirea dimensiunilor constructiilor de protectie (a tarmului, a porturilor etc.); cele mai multe dintre ele sunt empirice, fiind deduse din experiente anterioare sau din incercari pe modele la scara redusa deoarece fenomenele sunt mult prea complicate pentru a fi tratate numai pe cale teoretica. Pentru acest gen de probleme se poate consulta, de exemplu, [7].

Pe cale teoretica si prin metode analitice se pot rezolva numai probleme foarte simple asa cum este problema plana (adica valuri care se propaga intr-o singura directie) si cu neglijarea viscozitatii. Exista teorii "sinusoidale", "trohoidale" etc. dar acestea nu prezinta interes practic deoarece valurile din natura sunt mult mai complicate atat prin faptul ca se propaga pe doua directii cat si ca urmare a unor efecte secundare (de exemplu, deferlarea valurilor).

Din aceste teorii se pot totusi retine, ca utile, cateva concluzii si anume:

- formula de calcul a vitezei de propagare a valurilor (cunoscuta ca formula a lui Airy):

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \cdot th\left(\frac{2\pi h_0}{\lambda}\right)}$$

unde λ este lungimea de unda iar h_0 , adancimea in repaus (regim permanent); in cazul apei de mica adancime (valori foarte mici ale raportului h_0/λ) aceasta formula devine:

$$c = \sqrt{gh_0}$$

iar pentru apa adanca (valori mari ale raportului h_0/λ) aceasta devine:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

- formula de calcul a energiei valurilor, mai precis a energiei transportate de valuri pe o unitate din lungimea frontului acestora:

$$E = \frac{1}{8}\gamma\lambda H^2$$

unde H este inaltimea valurilor adica dublul amplitudinii acestora (γ este greutatea specifica a apei);

- conditia de rasturnare a valurilor (G.G.Stokes)

$$\frac{H}{\lambda} > \frac{1}{7}$$

care conduce la o alta conditie, mai practica (R.L.Wiegel si P.Danel),

$$H > 0{,}78\, h_0$$

care permite sa se determine, atunci cand adancimea apei se micsoreaza, punctul (adancimea apei h_0) in care are loc rasturnarea valurilor.

Una dintre problemele cele mai importante care trebuie rezolvate la proiectarea porturilor este evaluarea corecta a amplitudinii valurilor in interiorul acestora, problema destul de dificila din cauza formei complicate a acvatoriului, data de forma digurilor, a danelor de acostare etc.

Pentru aceasta problema nu exista solutii exacte, analitice, singurele metode aplicate pana in prezent fiind realizarea de modele fizice la scara redusa [5] (cu dezavantajul unor costuri extrem de mari) si unele incercari de aplicare a elementelor finite [6], cu costuri de aesmenea destul de ridicate din cauza timpilor mari de rulare pe calculator; in plus, scara de precizie a ambelor metode este destul de incerta.

Pentru a determina amplitudinea valurilor in interiorul acvatoriilor portuare este posibil sa se foloseasca si o metoda analogica ce are in orice caz avantajul ca este cu mult mai ieftina decat oricare din metodele folosite pana in prezent. In ce priveste precizia rezultatelor, si aceasta ar trebui sa fie mai buna deoarece exista foarte putine surse de erori, ele fiind legate numai de ipotezele simplificatoare admise si care sunt cele admise in general in studiul valurilor.

Este vorba de analogia hidro-acustica, dintre propagarea valurilor pe suprafata apei si propagarea sunetelor (intr-un mediu oarecare).

Asa cum se stie, metodele analogice se pot folosi atunci cand doua fenomene diferite sunt descrise de ecuatii diferentiale identice. Ca exemplu, in hidraulica este bine cunoscuta analogia hidro-electrica, folosita pentru studiul miscarilor potentiale si in sonicitate.

In continuare se va demonstra ca, din punct de vedere formal, undele de suprafata din hidraulica si undele de presiune din acustica sunt descrise de aceeasi ecuatie diferentiala.

In primul rand, ambele fenomene au loc in fluide (lichide sau gaze pentru sunete, numai lichide pentru valuri); prin urmare, daca se neglijeaza viscozitatea (ipoteza general admisa in studiul valurilor), pentru ambele fenomene sunt valabile ecuatiile Euler:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = f_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = f_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$
$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = f_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

In particular, in cimpul gravitational al fortelor masice (f_x f_y 0; $f_z = -g$) si pentru problema plana (bi-dimensionala, w 0), aceste ecuatii devin;

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$
$$0 = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

Ultima ecuatie conduce la o distributie hidrostatica a presiunilor in directie verticala:

$$p = -\rho g z + const. = \rho g h + const.$$

Sunetele (undele acustice) sunt miscari nepermanente care au loc in fluide compresibile; ca urmare, primele doua ecuatii descriu corect fenomenul respectiv, impreuna cu ecuatia de continuitate

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

respectiv, forma ei particulara pentru aceeasi problema plana

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0$$

Acest sistem de (trei) ecuatii se completeaza cu ecuatia de stare

$\rho=\rho(p)$

ceeace conduce la un sistem "inchis" de patru ecuatii cu patru necunoscute u, v, ρ, p.

Prin aplicarea metodei micilor perturbatii [4], acest sistem poate fi liniarizat. Se considera astfel mici variatii ale vitezei (u', v'), densitatii (ρ') si presiunii (p') in jurul valorilor medii respective $u_o = v_o = 0$, ρ_o si p_o si se obtine ecuatia

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right) = 0 \qquad \text{(a)}$$

unde

$$c_0=\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_0}$$

este viteza de propagare a micilor perturbatii (adica viteza sunetului).

Undele de suprafata se dezvolta datorita fortelor gravitationale; efectele compresibilitatii pot fi neglijate datorita variatiilor de presiune extrem de mici; inlocuind $p = \rho.g.h$ (a treia ecuatie Euler) in celelalte doua, acestea devin

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -g\frac{\partial h}{\partial x}$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -g\frac{\partial h}{\partial y}$$

Ecuatia de continuitate se obtine, in acest caz, pe schema din figura 31 in care se tine seama de modificarea formei suprafetei libere (variatia lui h), rezulta astfel:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{h}\frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

Sistemul compus din aceste trei ecuatii este "inchis" deoarece el are numai trei necunoscute si anume u, v, h; in principiu, el poate fi rezolvat si, aplicand aceeasi metoda a micilor perturbatii, se obtine ecuatia

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - c_0^2\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right) = 0 \qquad \text{(b)}$$

unde

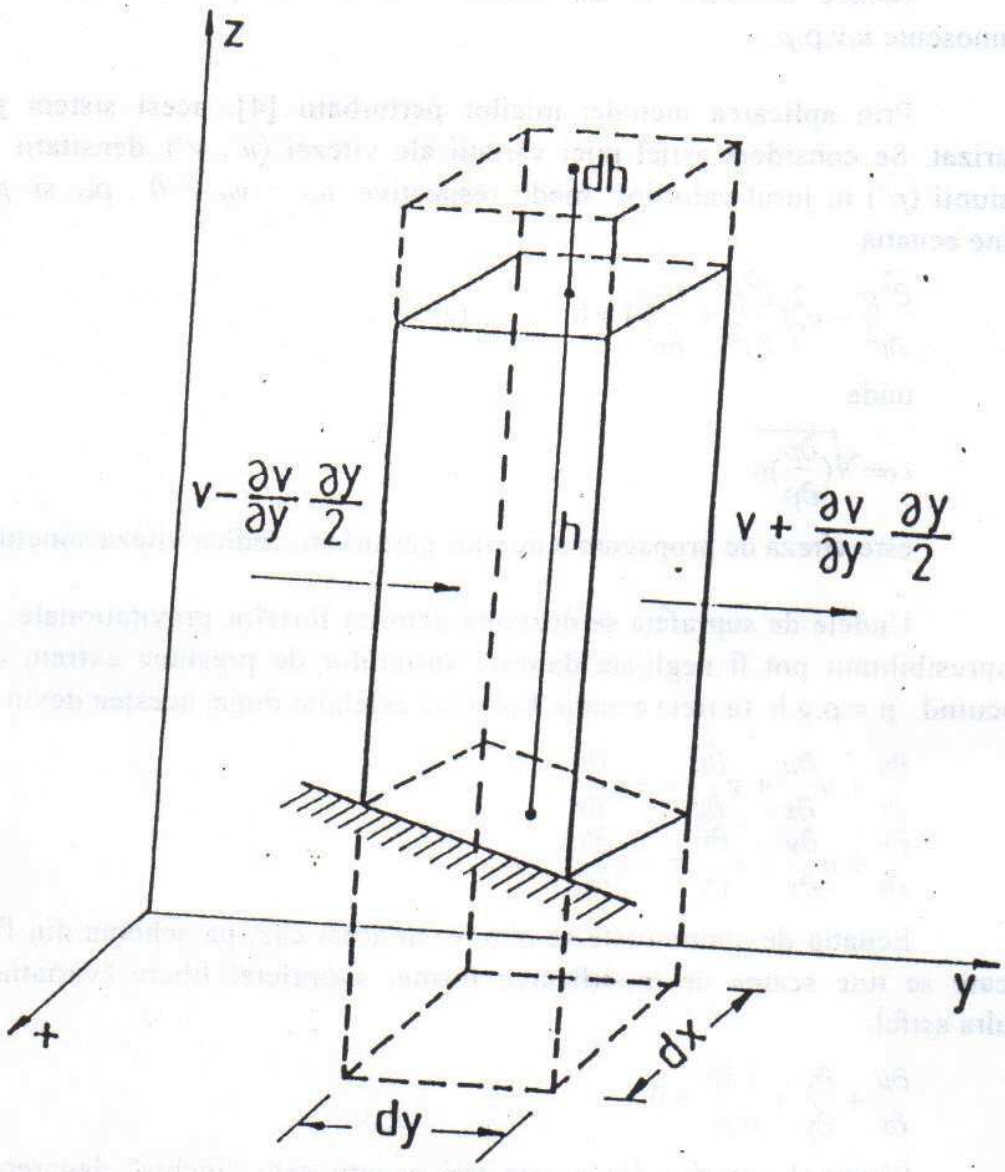

z
dh
h
$v - \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial y}{2}$
$v + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial y}{2}$
y
x
dx
dy

FIG. 31

$$c_0=\sqrt{gh_0}$$

este viteza de propagare a micilor perturbatii pe suprafata libera a apei (adica a valurilor).

Din punct de vedere formal, ecuatiile (a) si (b) sunt identice si au forma generala

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - c_0^2\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right) = 0$$

unde, din punct de vedere dimensional, f este o lungime deoarece in ecuatia (a) termenul p poate fi inlocuit cu termenul $p/\rho_0 g$ care, dimensional, este o lungime.

Aplicand transformarea *Ruark* ultimei ecuatii adica punand

$x = L.x^*$ $y = L.y^*$ $f = L.f^*$

$t = T.t^*$ $c = V.c^*$

aceasta devine

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial t^{*2}} - (Sh)^2 c^{*2}\left(\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^{*2}}\right) = 0$$

unde

$$Sh = \frac{VT}{L} = \frac{V}{L\nu}$$

este numarul (complexul adimensional) al lui *Strouhal*, respectiv criteriul care caracterizeaza miscarile nepermanente, iar L, V, T, ν sunt respectiv o lungime, o viteza, o perioada si o frecventa caracteristice.

Pentru a fi asemenea, ambele fenomene trebuie sa aiba aceeasi valoare a acestui criteriu:

$(Sh)_{n(atura)} = (Sh)_{m(odel)}$

adica

$$\frac{V_n}{L_n\nu_n} = \frac{V_m}{L_m\nu_m}$$

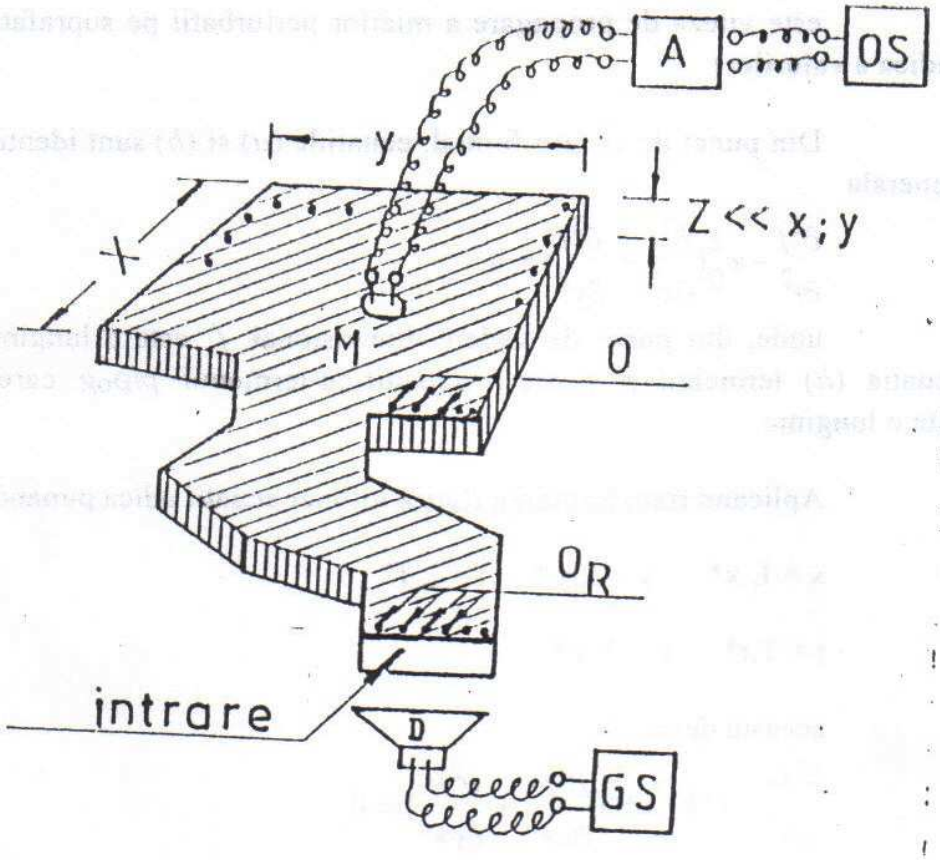


Fig. 32

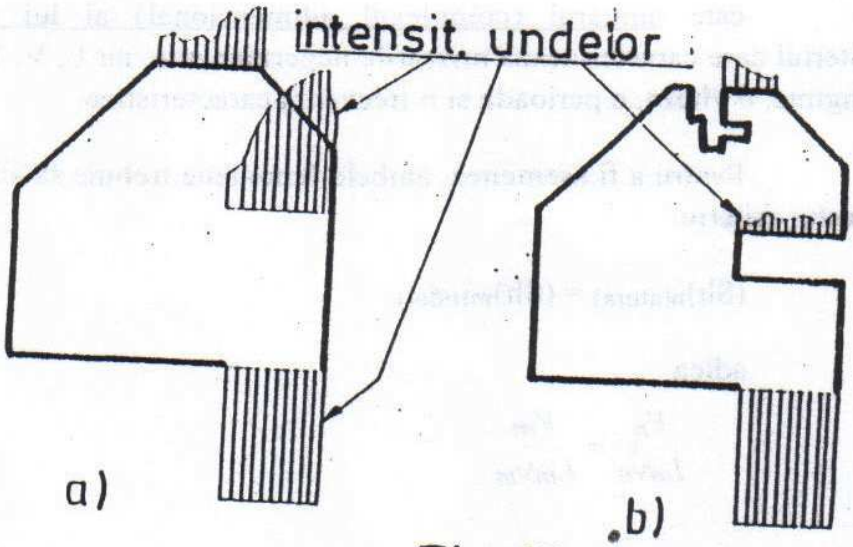


Fig. 33

Definind scarile de modelare

$$S_L = \frac{L_m}{L_n};\ S_V = \frac{V_m}{V_n} = \frac{c_m}{c_n};\ S_T = \frac{T_m}{T_n};\ S_\nu = \frac{\nu_m}{\nu_n}$$

se obtin cu usurinta urmatoarele relatii intre acestea:

$$S_\nu = \frac{S_V}{S_L};\ S_T = \frac{S_L}{S_V} = \frac{1}{S_\nu}$$

Modelul acustic ia forma unei cutii de rezonanta (figura 32), avand aceeasi forma pe care o are, in plan, acvatoriul portuar si o grosimea foarte mica pentru a asigura o propagare "plana" (bi-dimensionala) a undelor sonore.

La intrarea in port se plaseaza un generator acustic ($GS+D$, respectiv, generatorul de semnal si difuzorul) iar pe capacul superior al cutiei sunt practicate foarte multe orificii ($O+OR$) la care, cu ajutorul unui traductor de sunet (microfonul M), se masoara intensitatea sonora (amplificatorul A si osciloscopul OS).

Sunetele generate la intrarea in acvatoriu trebuie sa fie similare cu undele de suprafata (valurile) din marea deschisa dar numai din punctul de vedere al frecventelor (sau perioadelor); valoarea absoluta a amplitudinilor nu are importanta ci numai raportul acestor amplitudini.

Incercarile efectuate pana in prezent sunt incurajatoare: forma modelului poate fi schimbata rapid; se pot efectua multe masuratori (variante) intr-un timp scurt; modelul este foarte ieftin.

Figura 33 arata rezultatele a doua astfel de teste: primul, (a), reprezinta portul fara nici un cheu iar al doilea, (b), reprezinta portul cu doua cheuri, unul dintre ele, de mari dimensiuni, chiar in fata intrarii. Efectul acestor cheuri este foarte clar.

6. Protectia impotriva loviturii de berbec.

Lovitura de berbec este un fenomen foarte periculos; el se produce in conducte care transporta lichide sub presiune si poate produce avarii deosebit de grave daca nu se iau masuri de protectie adecvate.

Sursele (cauzele) fenomenului de lovitura de berbec sunt foarte diverse si ele depind in principal de tipul sistemului hidraulic, de aceea, si strategia protectiei impotriva efectelor negative ale fenomenului depind de tipul sistemului (gravitational, cu pompare etc.).

Protectia impotriva loviturii de berbec consta pe de o parte din aplicarea unor masuri de protectie prin care se limiteaza de la inceput amplitudinea fenomenului si, pe de alta parte, din folosirea unor dispozitive de protectie care reduc si mai mult aceste efecte negative.

Principalele masuri, dispozitive si strategii de protectie se descriu in continuare, in legatura cu cauzele si modul de desfasurare al fenomenului.

6.1. Efectele negative ale fenomenului de lovitura de berbec.

Variatia rapida si mai ales de mare amplitudine care insoteste lovitura de berbec provoaca cele mai mari stricaciuni sistemelor hidraulice pe care aceasta se produce.

In timpul loviturii de berbec, exista momente in care presiunile sunt mai mari decat valorile initiale (de regim permanent) si alte momente cand presiunile sunt mai mici decat acestea; cele doua situatii le vom denumi cu termenii de "supra-presiune" si "sub-presiune" care nu trebuie confundati cu termenii de presiune pozitiva/negativa la care comparatia se face cu presiunea atmosferica.

Supra-presiunile, cu faza lor maxima (presiunile maxime) sunt periculoase pentruca pot sa provoace spargerea conductelor sau a armaturilor, respectiv sa provoace deteriorarea unor dispozitive, masini hidraulice etc.

In ce priveste conductele, exista doua situatii mai raspandite.

Primul este cazul conductelor de metal care au in general pereti subtiri si pentru care este valabila formula cazanelor (vezi figura 2):

$$\sigma = \frac{p \cdot D}{2e}$$

Daca efortul normal de intindere indeplineste conditia $\sigma > \sigma_{ad}$, atunci conducta se sparge; notand:

$$p_{ad} = \frac{2 \cdot e \cdot \sigma_{ad}}{D}$$

presiunea maxima admisibila, atunci daca $p > p_{ad}$, conducta se sparge de asemenea.

Al doilea este cazul conductelor realizate din tuburi prefabricate de beton armat care au pereti grosi si pentru care formula de mai sus nu este valabila.

Tuburile prefabricate se realizeaza insa cu respectarea unor normative, respectiv a unei tehnologii care le asigura o anumita presiune nominala p_n ce poate fi considerata presiune admisibila $p_{ad} \leq p_n$.

Alte cazuri mai speciale trebuie tratate individual cu metodele de calcul adecvate, calculandu-se in final presiunea admisibila p_{ad}.

Pentru diversele armaturi, masini hidraulice etc. se cunoaste de asemenea presiunea nominala care se considera presiune admisibila.

Conditia de siguranta este

$$p < p_{ad}$$

si ea trebuie asigurata pe toata durata fenomenului de lovitura de berbec si de-a lungul intregii conducte (pe toata intinderea sistemului hidraulic); daca aceasta conditie nu se indeplineste, atunci trebuiesc luate masuri de protectie, inclusiv, daca este necesar, instalarea unor dispozitive de protectie.

Sub-presiunile, prin presiunile minime pe care le produc sunt periculoase numai daca ele coboara sub presiunea atmosferica (presiuni negative sau vacuum).

Cele doua cazuri tratate mai sus trebuie analizate si aici in mod separat dar, asa cum se va vedea, din motive diferite.

Daca presiunile negative se produc in conducte din metal, cu pereti subtiri si cu diametre relativ mari, se poate produce fenomenul de "voalare" al conductelor respective care este un fenomen de pierdere a stabilitatii elastice a unei suprafete curbe si prin care conducta se distruge asa incat ea trebuie inlocuita (nu mai poate fi reparata).

Exista doua solutii: fie conducta este calculata la voalare si eventual consolidata sa reziste la presiunile negative care apar, fie se iau masuri pentru a impiedica aparitia prasiunilor negative sau pentru a le limita la valori suportabile.

Pentru tuburile prefabricate din beton armat, azbociment etc., cu pereti relativ grosi, problema voalarii in general nu se pune (aceste tuburi rezista foarte bine la presiuni negative). Dar, la imbinarea tuburilor, pentru realizarea etanseitatii imbinarilor, se folosesc inele de cauciuc iar sistemul de etansare este astfel conceput incat aceste inele sunt "stabile" doar daca presiunile sunt pozitive (mai mari decat presiunea atmosferica). In cazul presiunilor negative, garniturile (inelele) de cauciuc sunt deplasate (supte) catre interior si etanseitatea se deterioreaza deoarece in timp cauciucul imbatraneste si isi pierde elasticitatea (devine casant). De aceea, in aceste cazuri, se interzice practic producerea presiunilor negative.

Aramaturile suporta in general bine presiunile negative (din punctul de vedere al rezistentei materialelor); in anumite cazuri mai speciale este totusi posibil ca presiunile negative sa afecteze functionarea normala a dispozitivului respectiv.

Alte inconveniente, legate mai mult sau mai putin de variatiile de presiune, se descriu in continuare.

Daca pe conducte sunt instalate ventile de aer sau hidrofoare sau castele de echilibru, atunci aerul poate sa patrunda in conducta; daca curentul de apa continand pernele de aer traverseaza o masina hidraulica (o turbina sau o pompa functionand in regim de turbina) atunci acest lucru poate fi deosebit de periculos pentru masina respectiva si, ca urmare, patrunderea aerului in conducta trebuie impiedicata.

Functionarea unei pompe in regim de turbina, cu turatie inversa, reprezinta o alta situatie nedorita. Aceasta situatie poate sa apara atunci cand pe refularea pompelor nu exista clapete de retinere sau vane cu inchidere automata sau daca, in mod accidental, acestea nu "lucreaza" corect.

Exista doua cazuri mai importante.

Unele pompe nu permit (de loc) rotirea in sens invers si daca aceasta s-ar produce, ar duce la distrugerea agregatului; evident ca in acest caz rotirea in sens invers trebuie sa fie strict interzisa si trebuiesc luate toate masurile necesare in acest sens.

Daca rotirea in sens invers este permisa, atunci in general nu trebuie sa fie depasita turatia nominala (in unele cazuri, se poate admite o turatie care sa depaseasca cu pana la 30% turatia nominala).

Preferabil este ca, pentru fiecare caz in parte sa se ceara furnizorului pompelor sa precizeze care sunt conditiile impuse in legatura cu rotatia in sens invers: daca se admite ? si daca *da*, adunci pana la ce valoare ?.

6.2. Principalele cauze ale loviturii de berbec.

Actionarea unei vane poate sa provoace fenomene foarte dure de lovitura de berbec. In special inchiderea unei vane este foarte periculoasa, debutand cu o crestere importanta a presiunilor in primul rand langa vana, urmata de o scadere importanta a acestora care poate sa provoace presiuni negative. Parametrii de care depinde amploarea fenomenului sunt legea si timpul de inchidere al vanei, corelati cu ceilalti parametri care descriu sistemul hidraulic in ansamblu.

Inchiderea brusca si totala a unei vane reprezinta situatia cea mai dezavantajoasa care provoaca cele mai mari variatii de presiune ce pot apare intr-un sistem hidraulic. Aceasta este mai mult o ipoteza teoretica de manevra dar exista totusi unele situatii practice cand inchiderea reala se apropie foarte mult de aceasta ipoteza.

Un astfel de exemplu il reprezinta cazul clapetelor de retinere care nu sunt prevazute cu dispozitive de rapel a obturatorului si care nu se inchid odata cu schimbarea sensului de curgere prin clapeta ci cu un oarecare decalaj si anume in momentul cand fortele hidrodinamice ale curentului invers reusesc sa deblocheze obturatorul din pozitia "deschis" in care ramane fixat datorita frecarilor, inertiei etc.; in momentul deblocarii obturatorului, inchiderea acestuia se face practic instantaneu, realizandu-se practic o inchidere brusca si totala.

Din acest motiv, clapetele de retinere sunt considerate in general ca fiind surse periculoase ale fenomenului de lovitura de berbec; exceptie fac acele clapete prevazute cu amortizoare si cu arcuri de rapel care asigura o inchidere perfecta a clapetelor adica inchiderea lina a acestora in momentul inversarii debitului sau chiar cu putin mai inainte. Se recomanda de aceea, daca este posibil, inlocuirea clapetelor fie cu astfel de tipuri perfectionate, fie cu vane cu inchidere automata, la care prin reglarea legii si timpului de inchidere, se pot limita si efectele negative ale fenomenului de lovitura de berbec.

Un alt caz in care inchiderea poate fi asimilata cu o inchidere brusca il reprezinta inchiderea unei vane, pe ultima parte a cursei de inchidere, in apropiere de pozitia "inchis" deoarece in aceasta zona coeficientii de pierdere de sarcina prin vana cresc asimptotic catre infinit.

O alta sursa importanta si frecvent intalnita a loviturii de berbec o reprezinta oprirea pompelor ca urmare a intreruperii accidentale si neprevizibile a alimentarii cu energie electrica a motoarelor de antrenare ale acestora.

Desigur, si in acest caz, amploarea fenomenului depinde de timpul si legea de variatie a debitului prin pompa dar acestea depind la randul lor de inertia partilor rotative ale pompelor si motoarelor respective precum si de intregul proces de interactiune dintre pompe (cu toate caracteristicile lor) si intregul sistem hidraulic aflat in regim nepermanent de miscare.

Mai exista si alte surse ale loviturii de berbec dar acestea sunt mai rar intalnite si nu prezinta importanta practica (de exemplu, spargerea unei conducte).

6.3. Dispozitive de protectie.

Dintr-un numar mai mare de dispozitive de protectie existente, se vor descrie aici numai cele care sunt folosite cel mai frecvent in practica obisnuita; concomitent, se va prezenta pe scurt modul lor de actiune.

Castelul de echilibru (figura 15.a.) se instaleaza frecvent pe conductele de alimentare cu apa ale centralelor hidro-electrice si au rolul de a atenua variatiile de presiune (supra-presiuni si sub-presiuni) avand ca sursa echipamentele din centrala (turbinele si diferitele tipuri de vane, inclusiv aparatul director).

Cand presiunile au tendinta sa creasca, castelul primeste apa din aductiune si astfel presiunile maxime sunt micsorate; la fel, daca presiunile in aductiune au tendinta sa scada, aductiunea primeste apa din castel si astfel presiunile minime vor fi mai ridicate decat in absenta castelului.

Hidrofoarele (fig. 15.b.), folosite mult la statii de pompare, actioneaza la fel ca si catelele de echilibru, deosebirea fiind ca miscarea apei intre hidrofor si conducta protejata se face datorita pernei de aer sub presiune in timp ce la castele aceasta miscare se face gravitational.

Aceste doua dispozitive de protectie prezinta avantajul ca au o actiune continua si pentru ambele faze ale loviturii de berbec (supra-presiuni si sub-presiuni) si, in plus, ele intra in actiune la cea mai mica modificare (variatie) a presiunilor din conducta protejata. Ca urmare, ele realizeaza o buna protectie a sistemului hidraulic pe o intindere mare a acestuia, atat "inaintea" cat si "dupa" punctul de bransare.

Ventilul de aer este un dispozitiv care admite patrunderea aerului atmosferic in conducta protejata atunci cand presiunea coboara sub valoarea presiunii atmosferice. Un astfel de dispozitiv intra in actiune, deci, numai in faza de sub-presiuni si anume doar atunci cand presiunea in conducta devine negativa; ca urmare, lungimea de conducta protejata este limitata la tronsoane relativ scurte de o parte si de alta a punctului de bransare si este necesara in general folosirea mai multor ventile pentru a proteja, la presiuni negative, un sector de conducta cu o lungime mai mare.

Ventilul de aer nu are nici un efect asupra presiunilor maxime dar, in cazul in care intr-o faza anterioara de sub-presiune, in conducta s-a introdus o

anumita cantitate de aer, aceasta "perna de aer" lucreaza aproape la fel cu un hidrofor, putand sa aiba si un anumit efect de atenuare al supra-presiunilor.

- Supapele de supra-presiune se deschid atunci cand presiunea din conducta creste peste o valoare data, care este cunoscuta pentru fiecare supapa in parte. Si aceste dispozitive (ca si ventilele de aer) au o functionare discontinua, limitand numai supra-presiunile si anume pe tronsoane de conducta limitate, de o parte si de alta a dispozitivului, astfel incat pentru protejarea unei conducte mai lungi este necesara de asemenea instalarea mai multor dispozitive.

Conductele de ocolire (de by-pass) a clapetelor de retinere de pe refularea pompelor se pot folosi pentru reducerea supra-presiunilor create, in primul rand, chiar de inchiderea acestora. Aceste conducte atenueaza supra-presiunile de pe intreaga conducta de refulare, dezavantajul lor constand din faptul ca permit curgerea in sens invers prin pompe care, asa cum s-a aratat, se poate sa nu fie permisa sau sa fie permisa in anumite limite (fara depasirea anumitor turatii).

Vanele cu inchidere lenta, programate sa se inchida dupa legi prestabilite (inclusiv timpul de inchidere), pot fi calculate (proiectate) astfel incat sa reduca la minimum toate variatiile de presiune; uneori, ele singure pot fi suficiente pentru a realiza o buna protectie a intregii conducte, alteori sunt necesare si alte dispozitive (castele, hidrofoare, ventile).

Forma optima a unei astfel de legi de inchidere este desenata (calitativ) in figura 34; in aceasta figura, t este timpul, $\alpha(\%)$ este gradul de inchidere ($\alpha=0$ inseamna "complet deschis" iar $\alpha=100$ inseamna "complet inchis") si ζ_l este coeficientul pierderilor de sarcina locale din vana, care este functie de gradul de inchidere (figura 34.b.).

Figura 34.a. reprezinta legea de inchidere optima adica variatia optima a lui α in functie de timp.

Legea optima de inchidere cuprinde o prima faza in care inchiderea se face cu viteza mare (vana se inchide in proportie de cca. 80% intr-un timp scurt t_i) datorita faptului ca ζ_l are valori mici (vezi figura 34.b.); in partea a doua a legii de inchidere, viteza de inchidere este mult mai mica deoarece acum ζ_l are valori mult mai mari, tinzand asimptotic catre infinit.

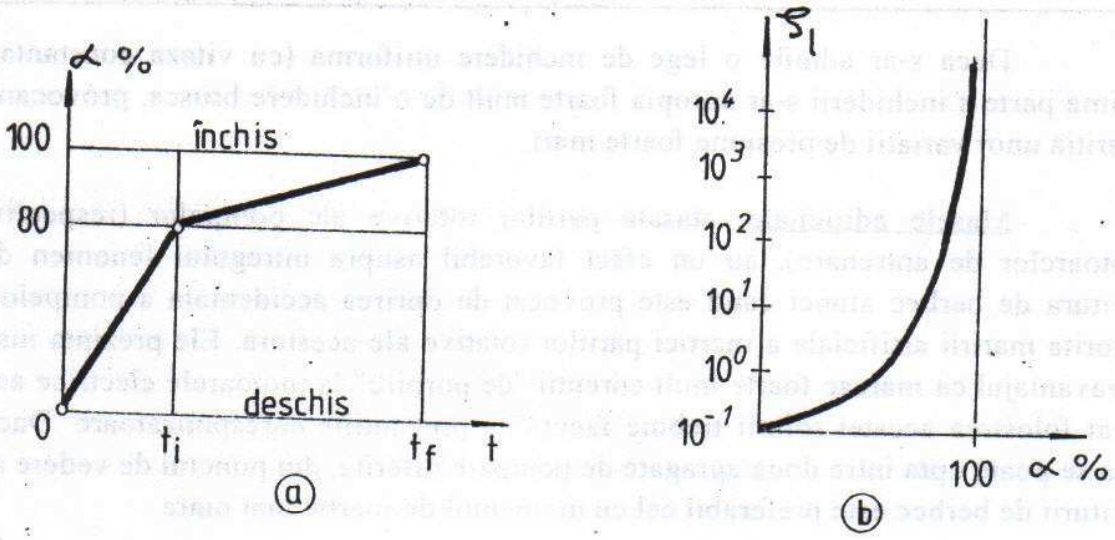

α %
100
80
0
închis
deschis
t_i
t_f
t
a
ρ_l
10^4
10^3
10^2
10^1
10^0
10^{-1}
100
α %
b

FIG. 34

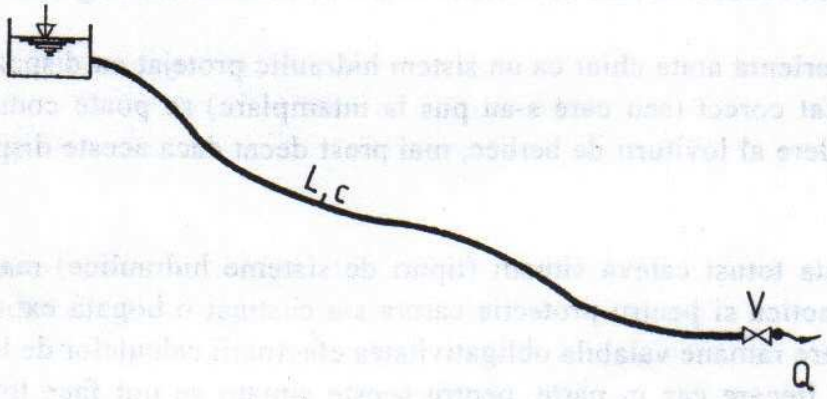

L, c
V
Q

FIG. 35

Daca s-ar admite o lege de inchidere uniforma (cu viteza constanta), ultima parte a inchiderii s-ar apropia foarte mult de o inchidere brusca, provocand aparitia unor variatii de presiune foarte mari.

Masele aditionale, atasate partilor rotative ale pompelor (respectiv, motoarelor de antrenare), au un efect favorabil asupra intregului fenomen de lovitura de berbec atunci cand este provocat de oprirea accidentala a pompelor, datorita maririi artificiale a inertiei partilor rotative ale acestora. Ele prezinta insa dezavantajul ca maresc foarte mult curentii "de pornire" la motoarele electrice asa incat folosirea acestei solutii trebuie facuta cu precautiile corespunzatoare. Daca insa se poate opta intre doua agragate de pompare diferite, din punctul de vedere al loviturii de berbec este preferabil cel cu momentul de inertie mai mare.

6.4. Strategii de protectie.

Fenomenul de lovitura de berbec depinde de foarte multi parametri si de aceea el trebuie practic calculat pentru fiecare situatie in parte, neputandu-se da rezolvari cu caracter general (nu se poate preciza, fara un asemenea calcul, care sunt efectele loviturii de berbec si care sunt caracteristicile unor dispozitive de protectie); exceptie fac numai conductele cu diametru foarte mic sau cu viteze de regim extrem de reduse, la care efectele loviturii de berbec sunt neglijabile.

Experienta arata chiar ca un sistem hidraulic protejat cu dispozitive care nu s-au calculat corect (sau care s-au pus la intamplare) se poate comporta, din punctul de vedere al loviturii de berbec, mai prost decat daca aceste dispozitive ar lipsi.

Exista totusi cateva situatii (tipuri de sisteme hidraulice) mai frecvent intalnite in practica si pentru protectia carora s-a castigat o bogata experienta. In conditiile in care ramane valabila obligativitatea efectuarii calculelor de lovitura de berbec pentru fiecare caz in parte, pentru aceste situatii se pot face totusi unele recomandari cu caracter general privind alcatuirea de ansamblu a solutiei de protectie, astfel incat aceasta sa conduca la costuri minime.

6.4.1. Sisteme gravitationale.

In aceasta categorie intra, in primul rand, conductele de aductiune simple ca cea din figura 35, pentru alimentarea cu apa a unor beneficiari, aducand apa de la rezervoare de nivel constant, avand lungimi mari si terminate cu vane (V) pentru reglajul debitului. Notand lungimea cu L, celeritatea cu c si timpul total de inchidere al vanei cu t_f, pe cale teoretica se demonstreaza ca exista urmatoarele situatii:

a) $t_f < 2\frac{L}{c}$ cand variatiile de presiune sunt maxime si sunt date de formula lui Jukovski;

b) $t_f > 20\frac{L}{c}$ cand variatiile de presiune pot fi neglijate;

c) $2\frac{L}{c} < t_f < 20\frac{L}{c}$ cand variatiile de presiune nu pot fi neglijate dar nici nu pot fi calculate cu o formula simpla, fiind necesare calcule cu una din metodele (cu diferente finite) descrise anterior.

Pentru protectia unor astfel de sisteme, nu sunt necesare dispozitive speciale de protectie; singura preocupare consta in a alege un timp de inchidere suficient de mare pentru vanele existente in proiect.

Tinanad seama de forma asimptotica a variatiei lui ζ_f (figura 34.b.), aceasta conditie devine:

$$t_f \geq (80...100)\frac{L}{c}$$

care asigura siguranta intregului sistem.

Daca vanele sunt actionate manual, practic nu exista nici un fel de probleme deoarece in acest mod nici nu pot fi realizati timpi de inchidere asa de mici, mai ales atunci cand vanele sunt de mari dimensiuni, asa cum se intampla in general.

Aceasta conditie trebuie insa sa fie avuta in vedere atunci cand vanele sunt actionate cu ajutorul unor servo-motoare si cand acestea trebuie astfel reglate incat timpul de inchidere sa respecte cu strictete conditia de mai sus.

Al doilea caz este cel al aductiunilor centralelor hidro-electrice.

Cu exceptia turbinelor de tip *Pelton* sau folosirii unor vane sincron, toate aceste aductiuni sunt prevazute, la intrarea in centrala, cu vane cu inchidere rapida care protejeaza turbinele impotriva fenomenului de ambalare; in aceste cazuri, conditia de mai sus nu poate fi, in general, indeplinita fiind necesare masuri si/sau dispozitive de protectie.

Solutia de protectie general acceptata e data in figura 21 unde *V* este vana cu inchidere rapida de la intrarea in centrala.

Se remarca in primul rand ca profilul longitudinal in lungul aductiunii prezinta doua sectoare diferite: *1-2*, plasat la nivele inalte (si lucrand la presiuni mici) are o lungime foarte mare; *2-3*, cu lungime foarte mica, pe care se "consuma" practic aproape intreaga cadere a amenajarii.

In punctul *2* este racordat un castel de echilibru pentru care sectiunea transversala si rezistenta hidraulica a bransamentului trebuie calculate cu mare atentie astfel incat castelul sa "reflecte" cea mai mare parte din undele de lovitura de berbec care vin dela centrala.

In felul acesta, pe sectorul *1-2* lovitura de berbec practic nu se mai produce si aici mai ramane doar un fenomen de oscilatie in masa pe sistemul compus din rezervorul de nivel constant, aductiunea *1-2*, castel.

Sectorul *2-3* este supus unui puternic fenomen de lovitura de berbec, la care acesta trebuie sa fie dimensionat ca sa reziste dar trebuie spus ca in absenta castelului fenomenul de lovitura de berbec ar fi fost inca cu mult mai puternic si in plus ar fi afectat intreaga aductiune *1-2-3*.

6.4.2. Statii de pompare.

Trebuie precizat de la inceput ca statiile de pompare adica pompele, vanele, clapetele etc. reprezinta numai sursele unor fenomene de lovitura de berbec care au loc insa in sistemul hidraulic aferent (conductele care alimenteaza sau care sunt alimentate de catre pompe). Daca acest sistem hidraulic practic nu exista (in cazul in care conductele respective sunt foarte scurte), atunci nici fenomenul de lovitura de berbec practic nu se produce.

Ca regula generala, dispozitivul de protectie trebuie plasat cat mai aproape de statia de pompare; in general este vorba aici de hidrofor deoarece folosirea castelului de echilibru este mult mai rara, conducand in general la inaltimi extrem de mari ale acestuia.

Experienta acumulata pana in prezent arata ca pentru a realiza o buna protectie la sub-presiuni a intregii conducte de refulare, hidroforul (si castelul) trebuie sa aiba o rezistenta redusa a bransamentului la conducta protejata si in consecinta rezulta volume foarte mari. Pe de alta parte, pentru o protectie buna la supra-presiuni sunt necesare rezistente hidraulice foarte mari ale aceluiasi bransament si rezulta volume mult mai mici.

Daca se tine seama si de considerentele economice, rezulta ca solutia de protectie optima si, deci, recomandabila, consta din instalarea langa statia de pompare a unui hidrofor de mici dimensiuni si cu rezistenta mare de bransament, dimensionat astfel incat sa asigure integral protectia conductei de refulare la presiuni maxime, la acesta adaugandu-se un numar de ventile de aer, raspandite in lungul conductei, care completeaza, daca mai e cazul, necesarul de protectie la presiuni negative.

Uneori, depinzand de situatia concreta, pot fi folosite si alte combinatii de dispozitive.

De exemplu, daca se permite rotirea in sens invers a pompelor, pentru atenuarea supra-presiunilor se pot folosi conducte de ocolire a clapetelor sau solutia mai costisitoare a inlocuirii clapetelor de retinere cu vane cu inchidere

programata; uneori, poate sa rezulte ca acestea sunt insuficiente si ca trebuie completate totusi cu un hidrofor de dimensiuni insa mai mici; daca apar si presiuni negative, trebuie avute in vedere de asemenea ventilele de aer.

In toate cazurile, pentru luarea unor decizii privind solutia de protectie recomandata, este necesar sa se efectueze calcule detaliate ale loviturii de berbec, cu metode exacte si tinand seama de situatia exacta din proiect.

Bibliografie.

1. Cioc, D. - Hidraulica, EDP, Bucuresti, 1983.

2. Tatu, G. - Contributii la studiul fenomenelor de rezonanta in sistemele hidraulice sub presiune, Teza de doctorat, ICB, 1980.

3. Tatu, G. - Wave Acoustic Modelling in Harbor Aquatoria, International Symposium on Ocean Energy Development, Muroran, Hokkaido, Japan, 1993.

4. Mateescu, Cr. - Hidraulica, EDP, Bucuresti, 1963.

5. Spataru, A. - Incercarea pe model a porturilor, Rev. Hidrotehnica, nr. 3, 1956.

6. Stere, C., Stematiu, D. - Modelarea prin metoda elementelor finite a oscilatiei suprafetelor de apa - Rev. Cercetari de Mecanica Aplicata, Tom 38, nr. 6, 1979.

7. Spataru, A. - Constructii costiere si acvatorii, Ed. Tehnica, Bucuresti, 1990.

8. Cioc, D., Tatu, G., Frantescu, A. - Abace si tabele pentru calculul hidrofoarelor de protectie la statii de pompare, Ed. ICB, 1982.

CUPRINS

1. Introducere .....pag. 1

2. Clasificari si definitii .....pag. 2

3. Natura ondulatorie a miscarilor nepermanente .....pag. 3

4. Relatiile intre undele asociate si pentru calculul

vitezei de propagare .....pag. 4

4.1. Cazul loviturii de berbec .....pag. 5

Probleme .....pag. 12

4.2. Cazul undelor pe suprafata libera .....pag. 14

Probleme .....pag. 20

5. Metode de calcul .....pag. 26

5.1. Cazul loviturii de berbec .....pag. 27

5.1.1. Metoda undelor fizice .....pag. 27

Probleme .....pag. 30

5.1.2. Metoda undelor de calcul .....pag. 36

5.1.3. Miscari de oscilatie in masa .....pag. 51

Probleme .....pag. 60

5.1.4. Fenomene de rezonanta si instabilitati .....pag. 69

5.2. Cazul miscarilor cu nivel liber .....pag. 77

5.2.1. Undele de viitura .....pag. 77

5.2.2. Ruperea barajelor (unda de inundatie) .....pag. 84

5.2.3. Valuri ..... pag. 86

6. Protectia impotriva loviturii de berbec .....pag. 93

6.1.Efectele negative ale fenomenului

de lovitura de berbec .....pag.

6.2. Principalele cauze ale loviturii de berbec .....pag. 96

6.3. Dispozitive de protectie .....pag. 98

6.4. Strategii de protectie .....pag. 100

6.4.1. Sisteme gravitationale .....pag. 101

6.4.2. Statii de pompare .....pag. 103

Bibliografie .....pag. 104

Dactilografiat : Tatu Gabriel

Perju Sorin

Desen: Pavel Elena

Corectat: Tatu Gabriel

Grecu Mircea

Multiplicarea s-a executat in atelierele U.T.C.B. de reprografie sub comanda nr. 209/27.02.1995

INSTITUTUL DE CONSTRUCȚII
BIBLIOTECA
Nr.
Iași